determination of uranium in minerals and ores.

5 — Rodden — Analytical Chemistry of the Manhattan Project — 1950.

6 — Herculano de Carvalho e J. Duarte de Almeida — Sobre a composição de um minério complexa de Moçambique — Comunicação à Academia das Ciências de Lisboa (1953).

7 — Hiskey C. F. — Anal. Chem. *21*, *12*, 1440 (1949).

8 — Bastian R., Weherling, Palilla P. — Anal. Chem., *22*, 1, 160.

9 — Hiskey C. F. Rabinowitz J., Young I. G. — Anal. Chem. *22*, 12, 1464 (1950).

10 — G. H. Walden, L. P. Hammett and S. M. Edmonds — J. Am. Chem. Soc., *56*, 350.

11 — Herculano de Carvalho e F. Marques Videira — (C. E. E. N.) — Colorimetria diferencial do urânio — Comunicação à Academia das Ciências (1954).

12 — Feigl — Spot tests — 1054.

C. D. 624.041.2

O MÉTODO DE RELAXAÇÃO

SUA APLICAÇÃO AOS RETICULADOS CONTÍNUOS

(Conclusão)

PELO ENG.º CIVIL (U. P.) JOÃO ARAÚJO SOBREIRA

3.ª PARTE

O método de relaxação no cálculo das estruturas planas de elementos inclinados e das estruturas no espaço

Pretendemos mostrar, ao escrever esta última parte do nosso trabalho, que o método de relaxação é um método de aplicação verdadeiramente geral, permitindo o cálculo de estruturas complicadas com a mesma facilidade com que resolve uma estrutura simples apenas, evidentemente, obrigando a maior soma de trabalho.

Abordaremos as estruturas planas de elementos inclinados, as estruturas no espaço tipo «grelha» (estruturas planas solicitadas normalmente ao seu plano) e os reticulados no espaço de elementos normais entre si.

Os casos de estruturas com elementos curvos ou com elementos de momento de inércia variável são também resolvidos por este método. De facto, a única diferença reside em que os coeficientes de influência respectivos não podem ser dados por expressões simples como as estabelecidas para elementos rectilínios de momento de inércia constante. Eles terão de ser obtidos pelo emprego dos métodos clássicos de Castigliano ou de Maxwell, resolvendo os integrais quer directamente quer por qualquer método aproximado como, por exemplo, a regra de Simpson. Uma vez obtidos os coeficientes de influência o método aplica-se de modo precisamente igual ao feito no cálculo das estruturas simples.

1 — Estruturas planas de elementos inclinados

1.1 — As estruturas deste tipo com mais interesse são as vigas ou lajes quebradas e os pórticos, simples e múltiplos, de cobertura poligonal. Destes trataremos apenas do pórtico simples de duas abas, simétrico ou não, pois não pretendemos tornar exaustivo este trabalho e, por outro lado, a apresentação do cálculo de um destes pórticos é suficiente para mostrar a maneira extraordinàriamente simples como a relaxação o resolve.

Convém desde já chamar a atenção para as convenções que vão permitir a sistematização da relaxação a este tipo de estruturas. Seja, fig. 54, o pórtico de abas iguais que adiante será calculado. A convenção de sinais é a mesma das estruturas planas já tratadas. A designação dos nós é feita por algarismos em ordem crescente da esquerda para a direita e de baixo para cima (existirão ressaltos como o do elemento $\overline{3,5}$). Podemos então dizer que as extremidades esquerda e direita são, respectivamente, as extremidades definidas pelo número menor e maior: no elemento $\overline{3,5}$, a extremidade 3 é esquerda e a extremidade 5 é direita.

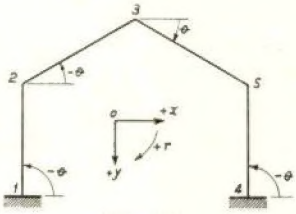


Fig. 54

Outra convenção importante é a referente à definição do ângulo θ: é menor que 180°, e positivo ou negativo conforme a convenção de sinais indica e sempre marcado em relação à horizontal a partir da extremidade esquerda do elemento. Esta convenção destina-se, como adiante se verá, a permitir a sistematização do cálculo dos momentos de continuidade e dos esforços transversos a partir dos coeficientes de influência e das deformações.

1.2 — Consideramos, como atrás se justificou, os elementos de betão incompressíveis. É uma hipótese com grande repercussão no cálculo deste tipo de estrutura. De facto ela obriga, fig. 55, a relacionar as relaxações verticais dos nós formados por elementos inclinados com outras relaxações que as permitam realizar. Assim a relaxação vertical do nó 3 só é possível se *simultâneamente* se relaxarem os nós 2 e 5 de um valor que se deduz fàcilmente das características geométricas da estrutura e do valor uni-

tário da relaxação vertical. Quer dizer, a formação dos factores de operação é complicada pela hipótese da incompressibilidade, mas uma vez estabelecido o respectivo impresso, o cálculo da estrutura fica muito facilitado.

Fig. 55

Outra consequência da incompressibilidade prática dos elementos de betão é tornar iguais as relaxações horizontais das extremidades de todos os elementos relativos a um «andar». A fig. 56 apresenta uma estrutura de dois «andares»: o andar A inclui os elementos 1,2, 2,4, 3,4, 7,8, 8,11, 10,11 e o «andar» B é formado pelos elementos 4,5, 5,6, 6,9 e 8,9. Esta figura mostra como a incompressibilidade dos elementos permite definir a relaxação de andar, tal qual se fez nos reticulados de elementos normais entre si.

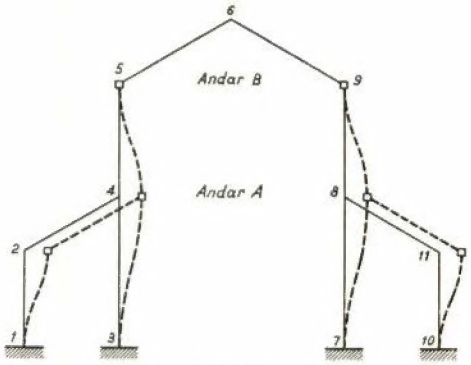


Fig. 56

Uma última consideração diz respeito à relaxação angular dos nós de elementos inclinados, fig. 57. Esta relaxação origina momentos, forças verticais e forças horizontais. Estas últimas, iguais e opostas, não exercem acção sobre a sujeição do andar a que o elemento pertence, mas, em contra-partida, acrescentam de V′ as forças actuantes sobre as sujeições verticais. Estas considerações, respeitantes a certas características especiais que as relaxações deste tipo de estruturas apresentam, destinam-se apenas a permitir um mais fácil exame do formulário das folhas de cálculo dos factores de operação. Elas não intervêm na resolução prática dos problemas.

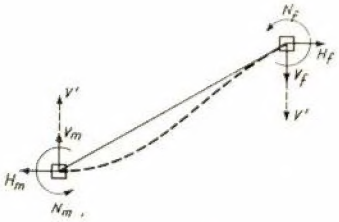


Fig. 57

1.3 — As expressões dos coeficientes de influência obtêm-se a partir do sistema 1), vigas contínuas, substituindo δ por:

$$\delta = V \cos \theta - u \operatorname{sen} \theta$$

Fazendo $l = \cos \theta$ e $m = \operatorname{sen} \theta$, obtemos as seguintes expressões:

$$- \widehat{xx}_m = \widehat{xx}_f = 12 \frac{B}{L^3} m^2$$

$$- \widehat{yx}_m = \widehat{yx}_f = - 12 \frac{B}{L^3} l\, m$$

$$- \widehat{yy}_m = \widehat{yy}_f = 12 \frac{B}{L^3} l^2$$

$$- \widehat{rx}_m = - \widehat{rx}_f = - \widehat{xr}_m = \widehat{xr}_f = - 6 \frac{B}{L^2} m$$

$$- \widehat{ry}_m = - \widehat{ry}_f = - \widehat{yr}_m = \widehat{yr}_f = 6 \frac{B}{L^2} l$$

$$\widehat{rr}_f = - 2 \frac{B}{L} \quad ; \quad \widehat{rr}_m = - 4 \frac{B}{L}$$

Só os coeficientes $\widehat{rr}_f$ e $\widehat{rr}_m$ não são influenciados pelo ângulo θ que define a inclinação do elemento *mf*. Vamos sistematizar a aplicação da relaxação a partir do valor absoluto de umas grandezas que não são os coeficientes de influência, como nas estruturas de elementos normais entre si se faz, mas sim as que se obtêm destes pela eliminação dos factores relativos ao ângulo θ.

A partir destes valores constrói-se, num impresso de cálculo semelhante aos já apresentados para outros tipos de estrutura, o quadro dos coeficientes de influência.

1.4 — Os coeficientes de influência permitem formar os factores de operação. Apresentamos

nas fig. 58 a 60 os impressos de cálculo e respectivas fórmulas, relativos a vários tipos de relaxação. As primeiras figs. 58 e 59, incluem os casos de relaxação angular de nós e horizontal de piso. Estas relaxações e a relaxação de apoio semi-encastrado, fig. 59, são de aplicação geral qualquer que seja a forma da estrutura; permitem por si só formar todos os factores necessários ao cálculo de uma estrutura cujos nós não possam deslocar-se verticalmente. É o caso, por exemplo, de estruturas sem assentamento de apoio e nas quais intervém, na formação de todos os seus nós, pelo menos um elemento vertical de apoio.

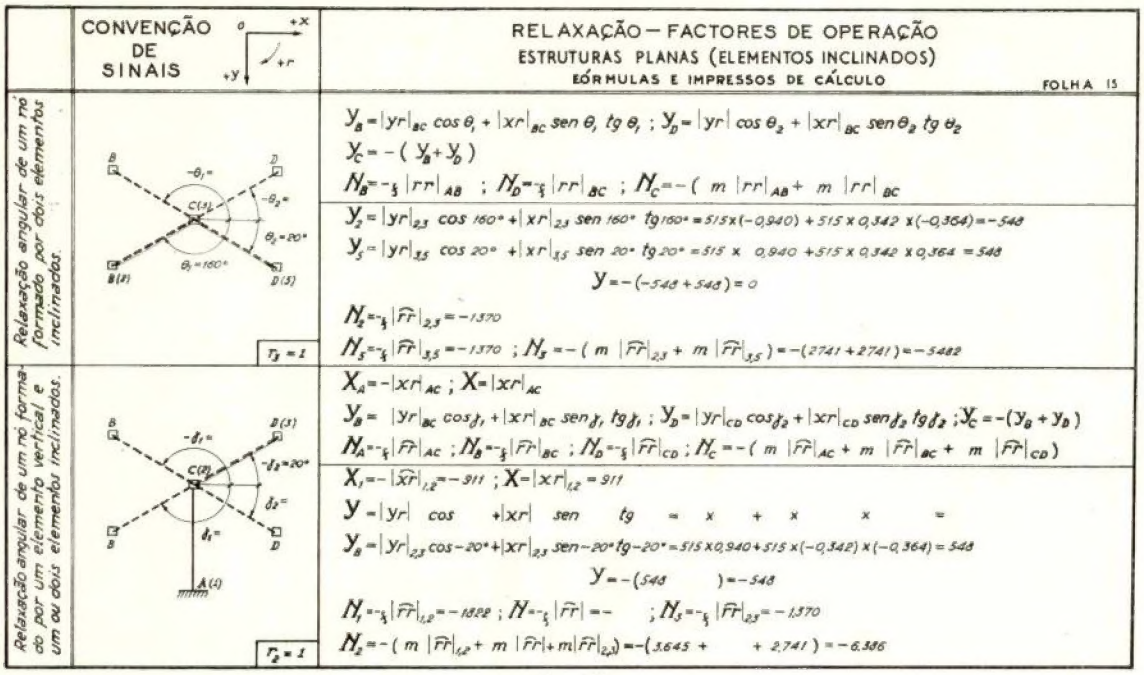


Fig. 58

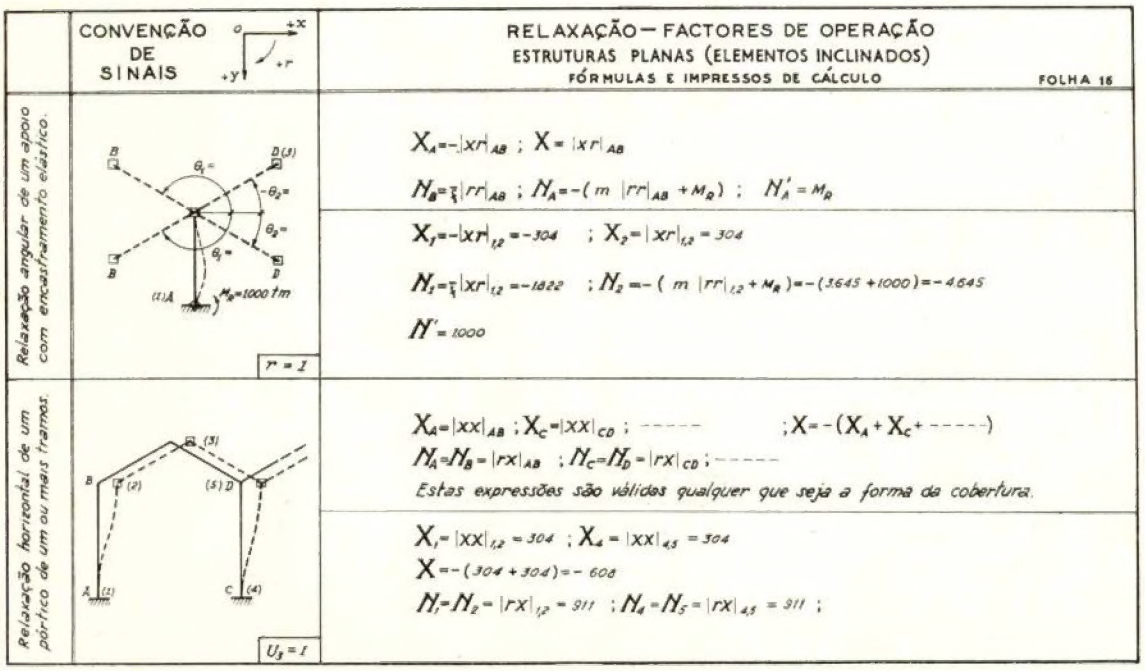


Fig. 59

Além destes impressos apresentam-se mais dois de relaxação vertical: o relativo a uma viga quebrada e um outro referente ao nó de cumieira de um pórtico de abas inclinadas, iguais ou desiguais, sem ou com tirante.

Os impressos das figs. 58 a 61 estão preenchidos, com excepção do relativo à viga quebrada e de um outro não preenchido, com valores do 3.º exemplo que adiante calculamos.

3,5 — Para completar a sistematização que pretendemos fazer, resta obter a partir das deformações, que a relaxação fornece, os momentos de continuidade e os esforços transversos.

As expressões em que se baseiam os impres-

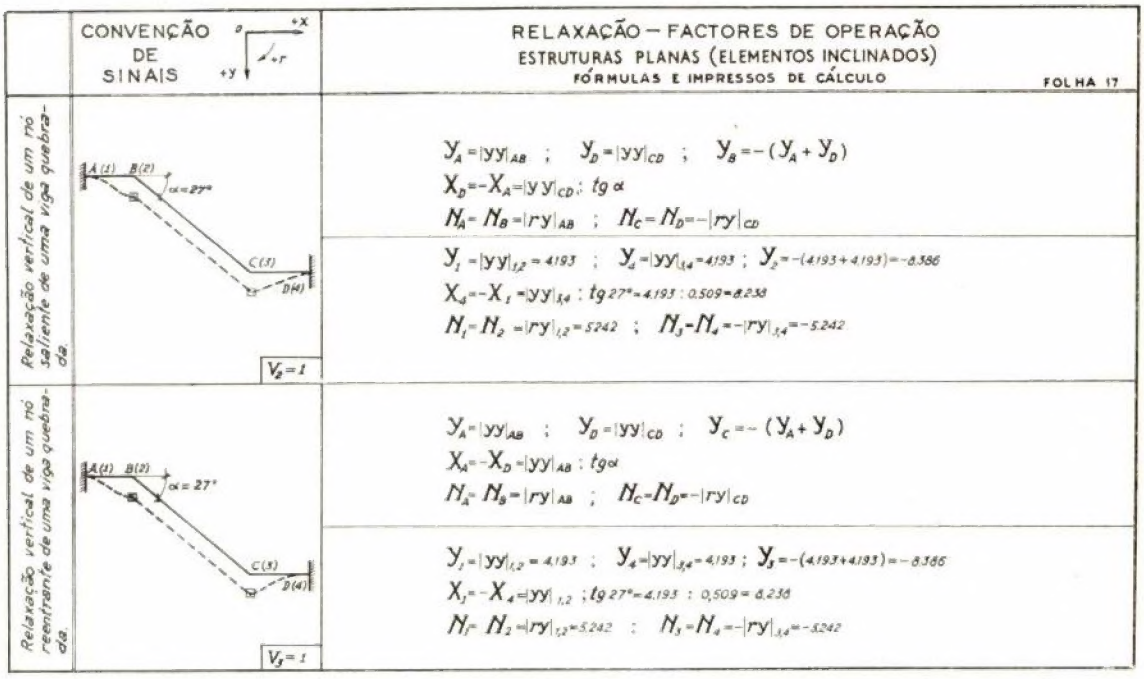


Fig. 60

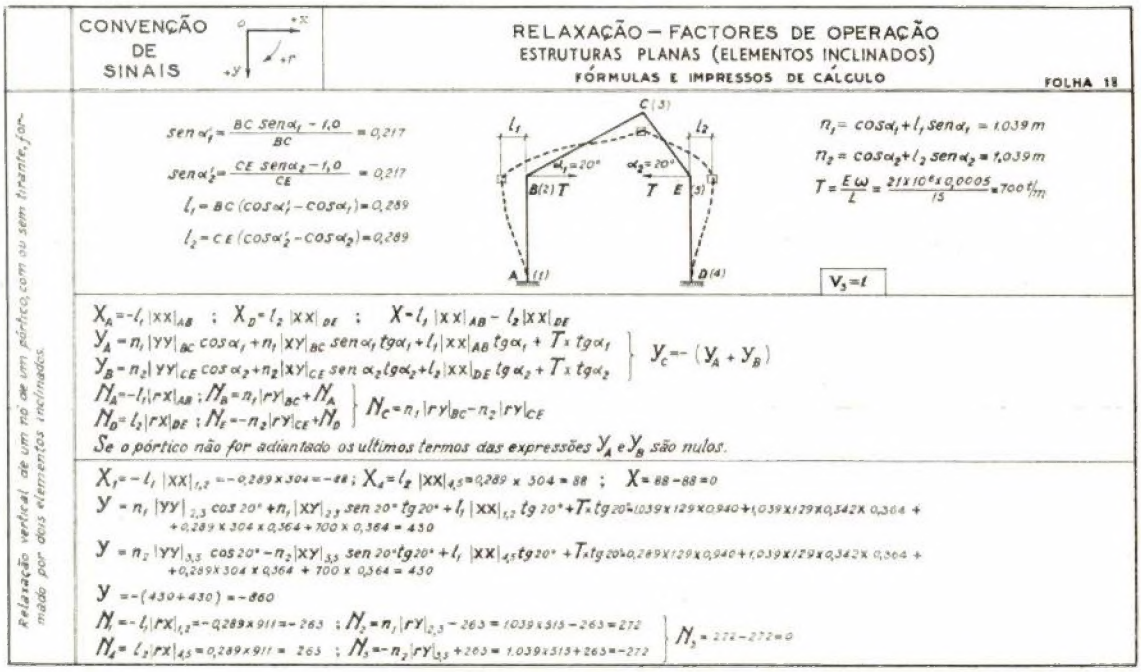


Fig. 61

sos de cálculo que fornecem estas grandezas, são:

$$M_A = -\left|ry\right|_{AB}\left[(v_B - v_A)\cos\Theta - (u_B - u_A)\,\mathrm{sen}\,\Theta\right] + {}_m\left|rr\right|_{AB} \times r_A + {}_f\left|rr\right|_{AB} \times r_B$$

$$M_B = -\left|ry\right|_{AB}\left[(v_B - v_A)\cos\Theta - (u_B - u_A)\,\mathrm{sen}\,\Theta\right] + {}_m\left|rr\right|_{AB} \times r_B + {}_f\left|rr\right|_{AB} \times r_B$$

$$T_B = \left|yy\right|_{AB}\left[(v_B - v_A)\cos\Theta - (u_B - u_A)\,\mathrm{sen}\,\Theta\right] + \left|yr\right|(r_A + r_B) = -T_A$$

São expressões de fácil dedução se se notar que:

$$\delta_B - \delta_A = (v_B - v_A)\cos\Theta - (u_B - u_A)\,\mathrm{sen}\,\Theta$$

1.6 — Vamos terminar o cálculo das estruturas planas de elementos inclinados com a apresentação de três exemplos.

1.º Exemplo:

Seja a viga quebrada da fig. 62. Nela se apresentam as acções de encastramento não equilibradas. No quadro LXIII, impresso de cálculo preenchido com os algarismos escritos em itálico, apresentam-se os coeficientes de influência, ou melhor, aquilo que convencionámos designar por tal. Nem sequer são, como se disse, os seus valores absolutos quando dizem respeito a elementos inclinados; é esta a razão porque eliminámos dos seus símbolos o sinal meio arco.

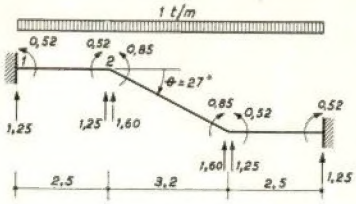


Fig. 62

As sujeições a aplicar nos nós 2 e 3 suportam os momentos e reacções de encastramento não equilibradas. Há que formar os respectivos factores de operação, utilizando as necessárias folhas de cálculo, figs. 58 e 60. Assim se forma o quadro LXIV que inclui duas relaxações de grupo resultantes, devido à simetria da estrutura, da igualdade de rotação e de deformação vertical dos nós 2 e 3. Consegue-se assim realizar a relaxação, quadro LXV, apenas em duas operações definidas pela equação auxiliar anexa. Pode-se dizer, com propriedade, que a relaxação reduz o cálculo de uma viga quebrada a um simples preenchimento de impressos.

Observe-se que as deformações verticais V_2 e V_3 são o dobro do valor obtido na operação de relaxação, como fàcilmente se conclui através do exame da folha de cálculo dos respectivos factores de operação; de facto a relaxação vertical do

QUADRO *LXIII* — Coeficientes de influência

Estruturas planas (Elementos inclinados)

Unidades: *Tonelada, metro*

$$\left|xx\right| = \left|yy\right| = 12\,\frac{B}{L^3} \quad ; \quad \left|rx\right| = \left|xr\right| = 6\,\frac{B}{L^2} \quad ; \quad {}_m\left|rr\right| = 4\,\frac{B}{L}$$

$$\left|xy\right| = \left|yx\right| = 12\,\frac{B}{L^3} \qquad \left|ry\right| = \left|yr\right| = 6\,\frac{B}{L^2} \qquad {}_f\left|rr\right| = 2\,\frac{B}{L}$$

Elementos $\overline{A,B}$	E	I	$B = E \times I$	L	$\left\|xx\right\|$; $\left\|yy\right\|$ / $\left\|xy\right\|$; $\left\|yx\right\|$	$\left\|rx\right\|$; $\left\|xr\right\|$ / $\left\|ry\right\|$; $\left\|yr\right\|$	$\left\|rr\right\|$ m	$\left\|rr\right\|$ f
$\overline{1,2}$				*2,5*	*4193*	*5242*	*8736*	*4368*
$\overline{3,4}$	*21 × 10⁵*	*26,0 × 10⁻⁵*	*5460*	*3,591*	*1415*	*2541*	*6082*	*3041*
$\overline{2,4}$				*2.5*	*4193*	*5242*	*8736*	*4368*

QUADRO LXIV — Factores de operação

Unidades : Tonelada, metro

	Tipo	1 N_2	2 N_3	3 Y_2	4 Y_3	N_1	N_4	X_1	X_4	Y_1	Y_4
1	$r_2 = 1$	—14.818	— 3041	2391	2851	—4368	0	0	0	—5242	0
2	$r_3 = -1$	3041	14.818	2851	2391	0	4368	0	0	0	—5242
3	$V_2 = 1$	5242	— 5242	—8386	0	5242	— 5242	— 8238	8238	4193	4193
4	$V_3 = 1$	5242	— 5242	0	—8386	5242	— 5242	8238	—8238	4193	4193
5	$V_2 = V_3 = 1$	10.484	—10.484	—8386	—8364	10.484	— 10.484	0	0	8386	8386
6	$r_2 = -r_3 = 1$	—11.777	11.777	5.242	5.242	—4368	4368	0	0	—5242	— 5242

QUADRO LXV — Relaxação

Unidades : Tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação	N_2	N_3	Y_1	Y_3
5	0,000537	0,33 5,62	— 0,33 — 5,62	1,85 — 4,50	1,85 — 4,50
6	0,000505	5,95 — 5,97	— 5,95 5,95	— 2,65 2,65	— 2,65 2,65
		0	0	0	0

Equação auxiliar :

$$1{,}85 - 8368\,x + (0{,}33 + 10\,484\,x) \times \frac{5242}{11.777} = 0$$

$$\therefore\ x = 0{,}000525$$

Deformações totais :

$r_2 = 0{,}000505$ rad.

$r_3 = -0{,}000505$ rad.

$V_2 = V_3 = 2 \times 0{,}000537 = 0{,}001074$ m

sante observar que, em virtude da estrutura ser simétrica, só o seu tramo inclinado sofre esforços axiais ; o diagrama destes esforços mostraria que eles são nulos no ponto médio, de tracção na parte superior e de compressão na metade inferior.

2.º exemplo :

Pretende-se calcular o pórtico de duas abas iguais, perfeitamente encastrado nos apoios, submetido a uma carga uniformemente distribuída de 0,5 t/m e a uma outra concentrada de 0,5 t, fig. 64. Nesta mesma figura apresentam-se os momentos de reacções nos extremos dos elementos supostos encastrados; delas se obtêm as acções não equilibradas que as sujeições suportam.

O quadro LXVIII apresenta os coeficientes de influência desta estrutura e o quadro LXIX contém os factores de operação obtidos nos respectivos impressos de cálculo.

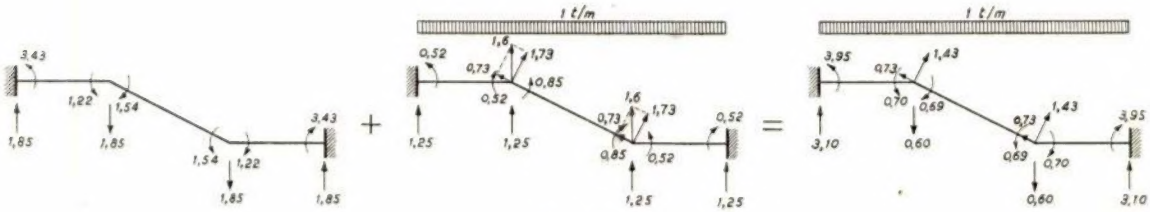


Fig. 63

nó 2 obriga o nó 3 a deslocar-se da mesma quantidade e vice-versa.

Os quadros LXVI e LXVII fornecem os momentos de continuidade e os esforços transversos devidos às acções não equilibradas. As acções finais obtêm-se na fig. 63, sendo interes-

Na fig. 65 desenha-se a deformada provável deste pórtico submetido às acções não equilibradas. Ela nos guiará na operação de relaxação, quadro LXX. Chama-se a atenção para a facilidade da formação deste quadro, que exige muito pouco trabalho; se notarmos que todas as res-

QUADRO *LXVI* — Momentos de continuidade

Reticulados planos (Elementos inclinados)

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert ry \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $\cos\theta$	4 $U_B - U_A$	5 $\operatorname{sen}\theta$	6 $m \lvert rr \rvert_{AB}$	7 $f \lvert rr \rvert_{AB}$	8 r_A	9 r_B	10 $1 \times 2 \times 3$	11 $1 \times 4 \times 5$	12 6×8	13 7×9	14 $13 + 13$	15 $\frac{1}{2} \times 12$	M_A $-10+11+12+13$	M_B $-10+11+14+15$
$\overline{1,2}$	5242	$107{,}4 \cdot 10^{-5}$	1	0	0	8736	4368	0	$50{,}5 \cdot 10^{-5}$	5,63	0	0	2,20	4,41	0	−3,43	−1,22
$\overline{2,3}$	5241	0	0,891	0	0,454	6082	3041	$50{,}5 \cdot 10^{-5}$	$-50{,}5 \cdot 10^{-5}$	0	0	3,07	−1,53	−3,07	1,53	1,54	−1,54
$\overline{3,4}$	5242	$-107{,}4 \cdot 10^{-5}$	1	0	0	8736	4368	$-50{,}5 \cdot 10^{-5}$	0	−5,63	0	−4,41	0	0	−2,20	1,22	3,43

QUADRO *LXVII* — Esforços transversos

Reticulados planos (Elementos inclinados)

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert yy \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $\cos\theta$	4 $U_B - U_A$	5 $\operatorname{sen}\theta$	6 $\lvert yr \rvert_{AB}$	7 r_A	8 r_B	9 $1 \times 2 \times 3$	10 $1 \times 4 \times 5$	11 $7 + 8$	12 6×11	T_B $9 - 10 - 12$
$\overline{1,2}$	4193	$107{,}4 \cdot 10^{-5}$	1	0	0	5242	0	$50{,}5 \cdot 10^{-5}$	4,50	0	$50{,}5 \cdot 10^{-3}$	2,65	1,85
$\overline{2,3}$	1415	0	0,891	0	0,454	2541	$50{,}5 \cdot 10^{-5}$	$-50{,}5 \cdot 10^{-5}$	0	0	0	0	0
$\overline{3,4}$	4193	$-107{,}4 \cdot 10^{-5}$	1	0	0	5242	$-50{,}5 \cdot 10^{-5}$	0	−4,50	0	$-50{,}5 \cdot 10^{-3}$	−2,65	−1,85

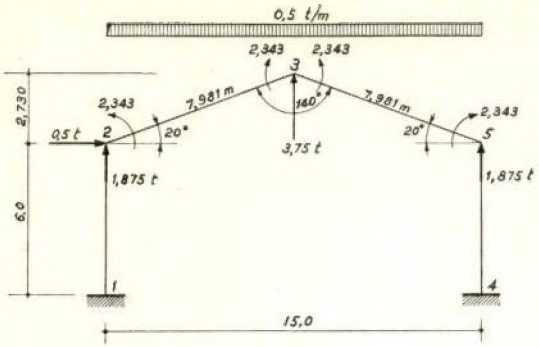


Fig. 64

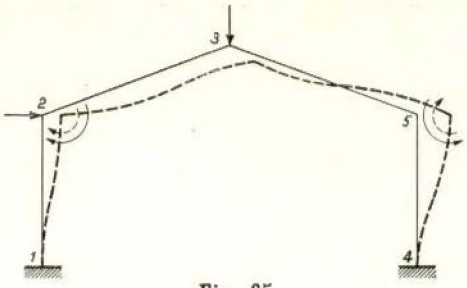


Fig. 65

QUADRO *LXVIII* — Coeficientes de influência

Reticulados contínuos (Elementos inclinados)

Unidades: *Tonelada, metro*

$$|xx| = |yy| = 12\,\frac{B}{L^3} \quad ; \quad |rx| = |xr| = 6\,\frac{B}{L^2} \quad ; \quad {}_m|rr| = 4\,\frac{B}{L}$$

$$|xy| = |yx| = 12\,\frac{B}{L^3} \quad ; \quad |ry| = |\widehat{yr}| = 6\,\frac{B}{L^2} \quad ; \quad {}_f|rr| = 2\,\frac{B}{L}$$

Elementos $\overline{A,B}$	E	I	B = E × I	L	|xx| ; |yy| / |xy| ; |yx|	|rx| ; |xr| / |ry| ; |yr|	|rr| m	|rr| f
$\overline{1,2}$				6,0	304	911	3645	1822
$\overline{2,3}$	$21,0 \times 10^5$	$260,4 \times 10^{-5}$	5468	7,981	129	515	2741	1370
$\overline{3,5}$				7,981	129	515	2741	1370
$\overline{4,5}$				6,0	304	911	3645	1822

QUADRO LXIX — Factores de operação

Unidades: Tonelada, metro

	Tipo	1 N_2	2 N_3	3 N_5	4 X	5 Y_3	N_1	N_4	X_1	X_4	Y_1	Y_4
1	$r_2 = +1$	−6386	−1370	0	911	548	−1822	0	−911	0	−548	0
2	$r_3 = -1$	1370	5481	1370	0	0	0	0	0	0	548	−548
3	$r_5 = -1$	0	1370	6386	−911	548	0	1822	0	911	0	−548
4	$U = +1$	911	0	911	−608	0	911	911	304	304	0	0
5	$V_3 = +1$	272	0	−272	0	−350	−263	263	−88	88	175	175

Verificação

(1) : $-6386 - 1370 + 1822 + 911 \times 6{,}0 + 548 \times 7{,}5 = 2$

(2) : $+1370 + 5481 + 1370 - 548 \times 15{,}0 = 0$

(4) : $4 \times 911 - 2 \times 304 \times 6{,}0 = 4$

(5) : $272 - 272 + 263 - 263 + 175 \times 7{,}5 - 175 \times 7{,}5 = 0$

QUADRO LXX — Verificação

Unidades: Tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação	1 N_2	2 N_3	3 N_5	4 X	5 Y_3	N.º
5	0,01070	2,34 2,91	0 0	−2,34 −2,91	0,50 0	3,75 −3,75	1
4	0,00165	5,25 1,51	0 0	−5,25 1,51	0,50 −1,00	0 0	2
1	0,00106	6,76 −6,76	0 −1,43	−3,74 0	−0,50 0,97	0 0,58	3
3	0,00059	0 0	−1,43 0,80	−3,74 3,74	0,47 −0,53	0,58 0,32	4
5	0,00285	0 0,78	−0,63 0	0 −0,78	−0,06 0	0,90 −1,00	5
1	0,00015	0,78 −0,98	−0,63 −0,21	−0,78 0	−0,06 0,14	−0,10 0,08	6
2	0,00014	−0,20 0,19	−0,84 0,74	−0,78 0,19	0,08 0	−0,02 0	7
3	0,00009	−0,01 0	−0,10 0,13	−0,59 0,59	0,08 −0,08	−0,02 0,05	8
		−0,01	0,03	0	0	0,03	

Deformações totais:

$r_2 = (1) = 0{,}00106 + 0{,}00015 = 0{,}00121$ rad.
$r_3 = (2) = -0{,}00014$ rad.
$r_5 = (3) = -0{,}00059 - 0{,}00009 = -0{,}00068$ rad.
$U = (4) = 0{,}00165$ m
$V_3 = (5) = 0{,}01070 + 0{,}00285 = 0{,}01355$ m
$U_3 = U = 0{,}00165$ m
$U_1 = U_3 + l_1 V_3 = 0{,}00165 + 0{,}289 \times 0{,}01355 = 0{,}00557$ m
$U_2 = U_3 - l_1 V_3 = 0{,}00165 - 0{,}289 \times 0{,}01355 = -0{,}00227$ m

tantes operações necessárias à resolução deste exemplo se reduzem ao preenchimento de simples impressos de cálculo, conclui-se que a maneira como se consegue aplicar a relaxação ao cálculo de estruturas deste tipo é na verdade extraordinàriamente simples.

Realizada a relaxação ela fornece-nos as deformações horizontais dos nós 2, 3 e 5: obtêm-se a partir de U, relaxação de andar, de V_3 e dos valores l_1 e l_2 determinados na folha de cálculo dos factores de operação relativos à relaxação vertical do nó 3.

Os Quados LXXI e LXXII completam o cálculo deste exemplo. Na fig. 66 obtêm-se os valores finais dos momentos, esforços transversos e esforços normais.

3.º Exemplo:

O último exemplo consiste no cálculo do pórtico anterior, mas agora supondo-o com um tirante de 5 cm² de secção, com as bases dos pés direitos semi-encastrados num solo que reage com 1000 t m por unidade de rotação. Os coeficientes de influência são os mesmos do exemplo anterior. A partir deles formamos os factores de operação, figs. 58, 59 e 61, apresentados no quadro *LXXIII*.

A relaxação, quadro LXXIV, é ainda muito simples apesar da existência do tirante e dos semi-encastramentos. Os quadros LXXV e LXXVI completam este cálculo.

Na fig. 67 apresentam-se os valores finais. Será interessante verificar o enorme efeito do tirante na redução dos momentos instalados no pórtico e isto apesar da acção desfavorável dos semi-encastramentos.

2 — Estruturas no espaço (tipo grelha)

2.1 — Consideram-se apenas os reticulados de elementos normais entre si.

Este tipo de estruturas caracteriza-se por suportar as acções exteriores à custa de uma deformação no sentido normal ao seu plano e de duas

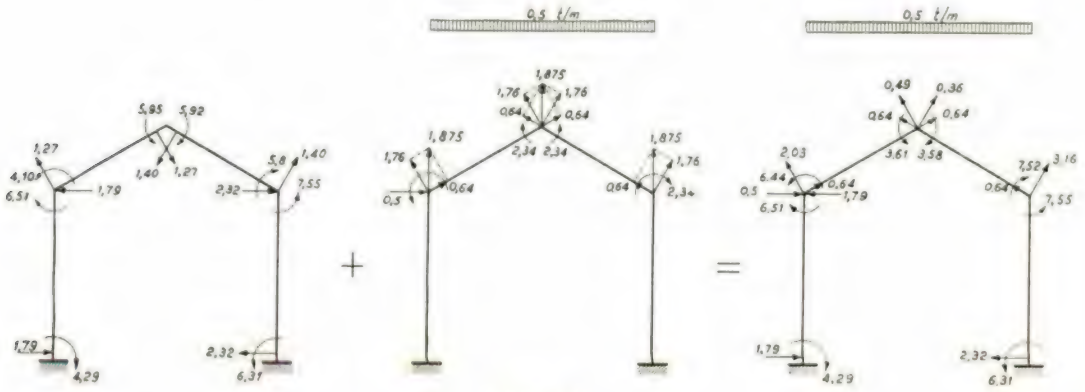


Fig. 66

QUADRO *LXXI* — Momentos de continuidade

Retiulados planos (Elementos inclinados)

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert ry \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $\cos\theta$	4 $\lvert rx \rvert_{AB}$	5 $U_B - U_A$	6 $\operatorname{sen}\theta$	7 $m \lvert rr \rvert_{AB}$	8 $f \lvert rr \rvert_{AB}$	9 r_A	10 r_B	11 $1 \times 2 \times 3$	12 $4 \times 5 \times 6$	13 7×9	14 8×10	15 $14 + 14$	15 $\frac{1}{2} \times 13$	M_A $-11+12+13+14$	M_B $-11+12+15+16$
$\overline{1,2}$	911	0	0	911	$-22,7 \times 10^{-4}$	-1	3645	1822	0	$12,1 \times 10^{-4}$	0	2,07	0	2,22	4,44	0	4,29	6,51
$\overline{2,3}$	515	$135,5 \times 10^{-4}$	0,940	515	$39,2 \times 10^{-4}$	$-0,342$	2741	1370	$12,1 \times 10^{-4}$	$-1,4 \times 10^{-4}$	6,55	$-0,68$	3,32	$-0,19$	$-0,38$	1,66	$-4,10$	$-5,95$
$\overline{3,5}$	515	$-135,5 \times 10^{-4}$	0,940	515	$39,2 \times 10^{-4}$	0,342	2741	1370	$-1,4 \times 10^{-4}$	$-6,8 \times 10^{-4}$	$-6,55$	0,68	$-0,38$	$-0,93$	$-1,86$	$-0,19$	5,92	5,8
$\overline{4,5}$	911	0	0	911	$55,7 \times 10^{-4}$	-1	3645	1822	0	$-6,8 \times 10^{-4}$	0	$-5,07$	0	$-1,24$	$-2,48$	0	$-6,31$	$-7,55$

QUADRO *LXXII* — Esforços transversos

Reticulados planos (Elementos inclinados)

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert yy \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $\cos\theta$	4 $U_B - U_A$	5 $\operatorname{sen}\theta$	6 $\lvert yr \rvert_{AB}$	7 r_A	8 r_B	9 2×3	10 4×5	11 $9 - 10$	12 1×11	13 $r_A + r_B$	14 6×13	T_B $12 - 14$
$\overline{1,2}$	304	0	0	$-22,7 \times 10^{-4}$	-1	911	0	$12,1 \times 10^{-4}$	0	$22,7 \times 10^{-4}$	$-22,7 \times 10^{-4}$	$-0,69$	$12,1 \times 10^{-4}$	1,10	$-1,79$
$\overline{2,3}$	129	$135,5 \times 10^{-4}$	0,940	$39,2 \times 10^{-4}$	$-0,342$	515	$12,1 \times 10^{-4}$	$-1,4 \times 10^{-4}$	$127,4 \times 10^{-4}$	$-13,4 \times 10^{-4}$	$14,08 \times 10^{-4}$	1,82	$10,7 \times 10^{-4}$	0,55	1,27
$\overline{3,5}$	129	$-135,5 \times 10^{-4}$	0,940	$39,2 \times 10^{-4}$	0,342	515	$-1,4 \times 10^{-4}$	$-6,8 \times 10^{-4}$	$-127,4 \times 10^{-4}$	$13,4 \times 10^{-4}$	$-140,8 \times 10^{-4}$	$-1,82$	$-8,2 \times 10^{-4}$	$-0,42$	$-1,40$
$\overline{4,5}$	304	0	0	$55,7 \times 10^{-4}$	-1	911	0	$-6,8 \times 10^{-4}$	0	$-55,7 \times 10^{-4}$	$-55,7 \times 10^{-4}$	1,70	$-6,8 \times 10^{-4}$	$-0,62$	2,32

QUADRO LXXIII — Factores de operação

Unidades: Tonelada, metro

	Tipo	1 N_2	2 N_3	3 N_4	4 X	5 Y_3	6 N_1	7 N_5	N'_1	N'_5	X_4	X_5	Y_2	Y_5
1	$r_2 = +1$	−6386	−1370	0	911	548	−1822	0	0	0	−911	0	−548	0
2	$r_3 = -1$	−1370	5481	1370	0	0	0	0	0	0	0	0	548	−548
3	$r_5 = -1$	0	1370	6386	−911	548	0	1822	0	0	0	911	0	−548
4	$u = +1$	911	0	911	−608	0	911	911	0	0	304	304	0	0
5	$v_3 = +1$	272	0	−272	0	−860	−263	263	0	0	−88	88	430	430
6	$r_1 = -1$	1823	0	0	−911	0	4645	0	1000	0	911	0	0	0
7	$r_4 = +1$	0	0	−1822	911	0	0	−4645	0	−1000	0	−911	0	0

Verificações:

(6): $1822 + 4645 + 1000 - 911 \times 6{,}0 = 1$

(7): $-1822 - 4645 - 1000 + 911 \times 6{,}0 = -1$

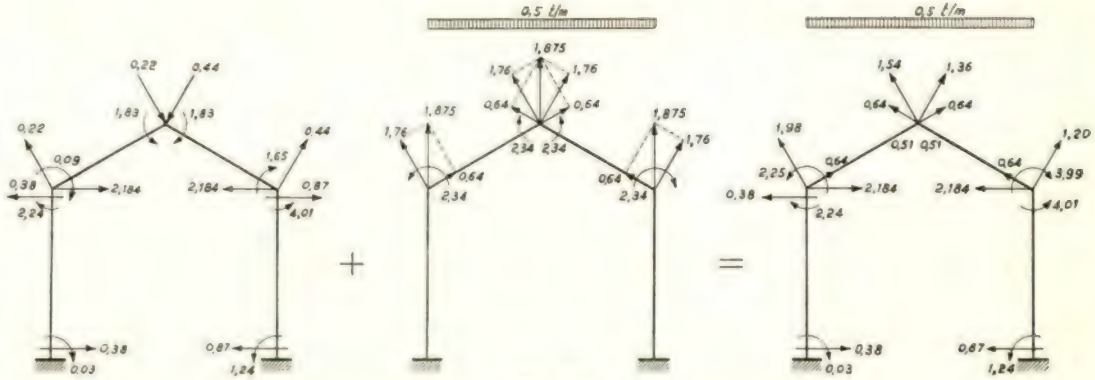


Fig. 67

deformações angulares segundo os eixos dos diversos elementos. As acções sobre as sujeições são dois momentos segundo as duas direcções coordenadas do plano e uma força segundo a terceira direcção coordenada.

A fig. 68 mostra como se devem numerar os nós e apoios: em ordem crescente da esquerda para a direita e da frente para trás. Nesta figura

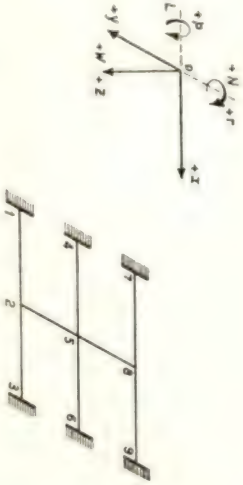


Fig 68

QUADRO LXXIV — Relaxação

Unidades: Tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação	1 N_2	2 N_3	3 N_4	4 X	5 Y_3	6 N_1	7 N_5	N.º
5	0,00436	2,34 1,19	0 0	—2,34 —1,19	0,50 0	3,75 — 3,75	0 —1,15	0 1,15	1
4	0,00165	3,53 1,50	0 0	—3,53 1,50	0,50 —1,00	0 0	—1,15 1,50	1,15 1,50	2
1	0,00094	5,03 —6,03	0 —1,29	—2,03 0	—0,50 0,86	0 0,52	0,35 —1,71	2,65 0	3
3	0,00032	— 1,00 0	—1,29 0,43	—2,03 2,03	0,36 —0,29	0,52 0,17	—1,36 0	2,65 0,58	4
7	0,00091	—1,00 0	—0,86 0	0 —1,66	0,07 0,87	0,69 0	—1,36 0	3,23 — 4,23	5
4	0,00181	—1,00 1,65	—0,86 0	—1,66 1,65	0,90 —1,10	0,69 0	— 1,36 1,65	— 1,00 1,65	6
5	0,00103	—0,65 0,28	—0,86 0	—0,01 —0,28	—0,20 0	0,69 — 0,89	0,29 —0,27	0,65 0,27	7
2	0,00021	0,93 0,29	—0,86 1,16	—0,29 0,29	— 0,20 0	— 0,20 0	0,02 0	0,92 0	8
1	0,00022	1,22 —1,42	0,30 —0,30	0 0	—0,20 0,20	— 0,20 0,12	0,02 —0,40	0,92 0	9
7	0,00020	—0,20 0	0 0	0 — 0,36	0 0,18	— 0,08 0	—0,38 0	0,92 — 0,92	10
4	0,00038	—0,20 0,34	0 0	—0,36 0,34	0,18 —0,23	— 0,08 0	—0,38 0,34	0 0,34	11
7	0,00007	0,14 0	0 0	—0,02 —0,13	— 0,05 0,07	— 0,08 0	— 0,04 0	0,34 — 0,34	12
3	0,00002	0,14 0	0 — 0,03	—0,15 0,15	0,02 —0.02	— 0,08 0,01	— 0,04 0	0 0,04	13
1	0,00002	0,14 —0,14	0,03 —0,03	0 0	0 0,02	— 0,07 0,01	—0,04 — 0,04	0,04 0	14
6	0,00002	0 0,03	0 0	0 0	0,02 —0,02	— 0,06 0	— 0,08 0,08	0,04 0	15
		0,03	0	0	0	— 0,06	0	0,04	

Deformações totais:

$r_2 = (1) = 0{,}00119$ rad.
$r_3 = (2) = -0{,}00021$ »
$r_4 = (3) = -0{,}00034$ »
$U = (4) = 0{,}00384$ m
$V_3 = (5) = 0{,}00539$ »
$r_1 = (6) = -0{,}00002$ rad.
$r_5 = (7) = 0{,}00118$ »
$U_3 = U = 0{,}00384$ m
$U_2 = U - l_1 \times V_3 = 0{,}00384 - 0{,}289 \times 0{,}00539 = 0{,}00228$ m
$U_5 = U + l_2 \times V_3 = 0{,}00384 + 0{,}289 \times 0{,}00539 = 0{,}00540$ »

apresenta-se a maneira como se designam as rotações e os momentos, a força e o deslocamento vertical, bem como a convenção de sinais adoptada.

Assim o momento que faz flectir os elementos paralelos ao eixo Ox designa-se por *N* e a rotação respectiva por *r* e o que flecte os elementos paralelos a Oy por *L* e *p* respectivamente. O deslocamento e a força vertical são *w* e *Z*.

2.2 — Como se vê, há que considerar rotações segundo dois eixos normais: as rotações *r* em torno de Oy produzem momentos de flexão *N* nos elementos paralelos a Ox e momentos de torção *N* nos elementos paralelos a Oy; as rotações *p* em torno de Ox produzem momentos de flexão *L* nos elementos paralelos a Oy e momentos de torção *L* nos elementos paralelos a Ox.

Os momentos e forças de reacção devidas à

QUADRO *LXXV* — Momentos de continuidade

Reticulados planos (Elementos inclinados)

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert ry \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $\cos\theta$	4 $\lvert rx \rvert_{AB}$	5 $U_B - U_A$	6 $\operatorname{sen}\theta$	7 $m \lvert rr \rvert_{AB}$	8 $f \lvert rr \rvert_{AB}$	9 r_A	10 r_B	11 $1 \times 2 \times 3$	12 $4 \times 5 \times 6$	13 7×9	14 8×10	15 $14 + 14$	16 $\frac{1}{2} \times 13$	M_A $-11+12+13+14$	M_B $-11+12+15+16$
$\overline{1,2}$	911	0	0	911	$22,8 \times 10^{-4}$	-1	3645	1822	$-0,2 \times 10^{-4}$	$11,9 \times 10^{-4}$	0	$-2,07$	$-0,07$	2,17	4,34	$-0,03$	0,03	2,24
$\overline{2,3}$	515	$53,9 \times 10^{-4}$	0,940	515	$15,6 \times 10^{-4}$	$-0,342$	2741	1370	$11,9 \times 10^{-4}$	$-2,1 \times 10^{-4}$	2,61	$-0,27$	3,26	$-0,29$	$-0,58$	1,63	0,09	$-1,83$
$\overline{3,5}$	515	$-53,9 \times 10^{-4}$	0,940	515	$15,6 \times 10^{-4}$	0,342	2741	1370	$-2,1 \times 10^{-4}$	$-3,4 \times 10^{-4}$	$-2,61$	0,27	$-0,58$	$-0,47$	$-0,94$	0,29	1,83	1,65
$\overline{4,5}$	911	0	0	911	$54,0 \times 10^{-4}$	-1	3645	1822	$11,8 \times 10^{-4}$	$-3,4 \times 10^{-4}$	0	$-4,92$	4,30	$-0,62$	$-1,24$	2,15	$-1,24$	$-4,61$

QUADRO *LXXVI* — Esforços transversos

Reticulados planos (Elementos inclinados)

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert ry \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $\cos\theta$	4 $U_B - U_A$	5 $\operatorname{sen}\theta$	6 $\lvert yr \rvert_{AB}$	7 r_A	8 r_B	9 2×3	10 4×5	11 $9 - 10$	12 1×11	13 $7 + 8$	14 6×13	T_A $12 - 14$
$\overline{1,2}$	304	0	0	$22,8 \times 10^{-4}$	-1	911	$-0,2 \times 10^{-4}$	$11,9 \times 10^{-4}$	0	$-22,8 \times 10^{-4}$	$22,8 \times 10^{-4}$	0,69	$11,7 \times 10^{-4}$	1,07	$-0,38$
$\overline{2,3}$	129	$53,9 \times 10^{-4}$	0,940	$15,6 \times 10^{-4}$	$-0,342$	515	$11,9 \times 10^{-4}$	$-2,1 \times 10^{-4}$	$50,7 \times 10^{-4}$	$-5,3 \times 10^{-4}$	$56,0 \times 10^{-4}$	0,72	$9,8 \times 10^{-4}$	0,50	0,22
$\overline{3,5}$	129	$-53,9 \times 10^{-4}$	0,940	$15,6 \times 10^{-4}$	0,342	515	$-2,1 \times 10^{-4}$	$-3,4 \times 10^{-4}$	$-50,7 \times 10^{-4}$	$5,3 \times 10^{-4}$	$-56,0 \times 10^{-4}$	$-0,72$	$-5,5 \times 10^{-4}$	$-0,28$	$-0,44$
$\overline{4,5}$	304	0	0	$54,0 \times 10^{-4}$	-1	911	$11,8 \times 10^{-4}$	$-3,4 \times 10^{-4}$	0	$-54,0 \times 10^{-4}$	$54,0 \times 10^{-4}$	1,64	$8,4 \times 10^{-4}$	0,77	0,87

flexão de um elemento motivada pelo deslocamento δ e a rotação r de um seu extremo são dados, como se sabe, por:

$$M = 2\,\frac{B}{L^2}\,(2\delta + 2\,L\,r)$$

$$V = 6\,\frac{B}{L^3}\,(2\delta + L\,r)$$

O momento de torção que como reacção se instala no extremo de um elemento devido à rotação φ imposta no outro extremo, é dado pela expressão:

$$\mathfrak{M} = \frac{C}{L}\,\varphi$$

em que C é a rigidez de torção do elemento considerado.

Estas expressões permitem escrever os seguintes coeficientes de influência:

Elementos paralelos a Ox e a Oy:

$$\left|\widehat{zz}\right| = 12\,\frac{B}{L^3}$$

Elementos paralelos a Ox:

$$\left|\widehat{zr}\right| = \left|\widehat{rz}\right| = 6\,\frac{B}{L^2}$$

$$_{m}\left|\widehat{rr}\right| = 4\,\frac{B}{L}$$

$$_{f}\left|\widehat{rr}\right| = 2\,\frac{B}{L}$$

$$_{f}\left|\widehat{pp}\right| = \frac{C}{L}$$

Elementos paralelos a Oy:

$$\left|\widehat{pz}\right| = \left|\widehat{zp}\right| = 6\,\frac{B}{L^2}$$

$$_{m}\left|\widehat{pp}\right| = 4\,\frac{B}{L}$$

$$_{f}\left|\widehat{pp}\right| = 2\,\frac{B}{L}$$

$$_{f}\left|\widehat{rr}\right| = \frac{C}{L}$$

O Quadro LXXVII, referente ao 1.º exemplo que adiante resolvemos, é um impresso de cálculo preenchido de acordo com estas expressões.

4,3 — A partir dos coeficientes de influência calculam-se os factores de operação em impressos apresentados nas folhas n.os 19 a 23, figs. 71 a 74.

Para melhor se perceber como é obtido o formulário que acompanha estes impressos, pormenorizam-se na fig. 69 as três relaxações possíveis de um nó formado por dois elementos.

Chama-se a atenção para os esquemas das folhas de cálculo: eles apresentam a traço interrompido grosso duas posições possíveis de um dado elemento. Em face de um caso objectivo, marca-se a traço cheio a posição real do elemento e atende-se aos sinais que certas expressões devem ter de acordo com esta posição.

Alguns impressos não estão preenchidos em virtude de os exemplos feitos não incluirem as relaxações a que dizem respeito.

QUADRO LXXVII — Coeficientes de influência

Reticulados no espaço (Tipo grelha)

Unidades: *Tonelada, metro*

$\left|\widehat{zz}\right| = 12\,\frac{B}{L^3}$; Elementos $\|^s$ a Ox: $\left|\widehat{zr}\right| = \left|\widehat{rz}\right| = 6\,\frac{B}{L^2}$; m $\left|\widehat{rr}\right| = 4\,\frac{B}{L}$; f $\left|\widehat{rr}\right| = 2\,\frac{B}{B}$; f $\left|\widehat{pp}\right| = \frac{C}{L}$

Elementos $\|^s$ a Oy: $\left|\widehat{zp}\right| = \left|\widehat{pz}\right| = 6\,\frac{B}{L^2}$; m $\left|\widehat{pp}\right| = 4\,\frac{B}{L}$; f $\left|\widehat{pp}\right| = 2\,\frac{B}{L}$; f $\left|\widehat{rr}\right| = \frac{C}{L}$

Elementos $\|^s$ a Ox	Elementos $\|^s$ a Oy	E	I	B	C	L	$\left\|\widehat{zz}\right\|$	$\left\|\widehat{zr}\right\|$ $\left\|\widehat{rz}\right\|$	$\left\|\widehat{zp}\right\|$ $\left\|\widehat{pz}\right\|$	$\left\|\widehat{rr}\right\|$ m	$\left\|\widehat{rr}\right\|$ f	$\left\|\widehat{pp}\right\|$ m	$\left\|\widehat{pp}\right\|$ f
$\overline{1,2}$		21.10^5	$26,0.10^{-4}$	5468	1708	3,0	2430	3645	—	7291	3645	—	569
	$\overline{2,3}$	21.10^5	$26,0.10^{-4}$	5468	1708	3,0	2430	—	3645	—	569	7291	3645

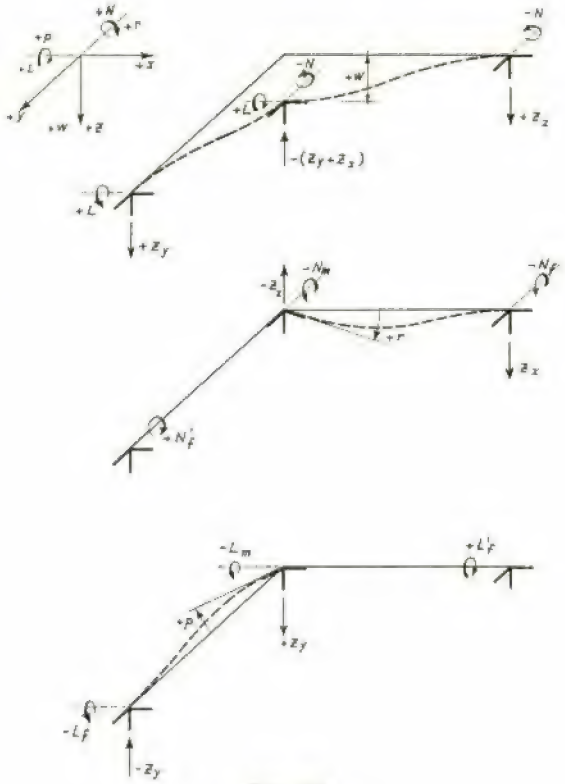


Fig. 69

4,4 — Na sequência das questões a resolver, há agora que estabelecer as expressões que dão os momentos de flexão e de torção e os esforços transversos instalados nos elementos de uma estrutura, a partir dos seus coeficientes de influência e das deformações linear e angulares que os seus extremos sofrem.

Estas expressões são:

a) — Elementos paralelos a Ox

Momentos de flexão
$$\begin{cases} M_A = -\left|\widehat{rz}\right|_{AB}(W_B - W_A) + {}_m\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_A + {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_B \\ M_B = -\left|\widehat{rz}\right|_{AB}(W_B - W_A) + {}_m\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_B + {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_B \end{cases}$$

Momento de torsão: $\mathfrak{M}_B = {}_f\left|\widehat{pp}\right|_{AB}(p_A + p_B) = -\mathfrak{M}_A$

Esforço transverso: $Z_B = \left|\widehat{zz}\right|_{AB}(W_B - W_A) - \left|\widehat{zr}\right|(r_A + r_B) = -Z_A$

b) — Elementos paralelos a Oy

Momentos de flexão
$$\begin{cases} M_A = -\left|\widehat{pz}\right|_{AB}(W_B - W_A) + {}_m\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_A + {}_f\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_B \\ M_B = -\left|\widehat{pz}\right|_{AB}(W_B - W_A) + {}_m\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_B + {}_f\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_A \end{cases}$$

Momentos de torção: $\mathfrak{M}_B = {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB}(r\,r) = -\mathfrak{M}_A$

Esforço transverso: $Z_B = \left|\widehat{zz}\right|_{AB}(W_B - W_A) - \left|\widehat{zp}\right|_{AB}(p_A + p_B)$

As extremidades A e B são respectivamente as extremidades esquerda e direita de um elemento, isto é, as extremidades com menor e maior número de referência.

As expressões anteriores permitem formar os impressos de cálculo que mecanizam o cálculo dos momentos e esforços transversos.

4,5 — Apresentam-se, por último, dois exemplos de cálculo; compreender-se-á fàcilmente, através do seu exame, tudo aquilo que temos exposto.

1.º exemplo:

Seja a estrutura formada por dois elementos normais entre si, encastrados nos extremos e suportando no seu vértice a carga concentrada de 1 t, fig. 70. As vigas têm uma secção de 0,5 × 0,25.

Fig. 70

Acha-se conveniente relembrar as seguintes expressões relativas à torção de um elemento prismático [1]:

$$\mathfrak{M} = \frac{C}{L}\varphi\ ;\quad C = \beta\, b\, c^3\, G\ ;\quad \tau_{máx.} = \frac{\mathfrak{M}}{\alpha\, b\, c^3}$$

(1) S. Timoshenko, «Strength of Materials», part I.

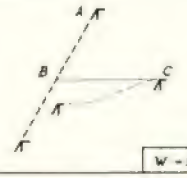
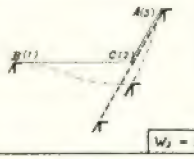
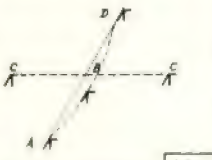
	CONVENÇÃO DE SINAIS	RELAXAÇÃO – FACTORES DE OPERAÇÃO RETICULADO NO ESPAÇO (TIPO "GRELHA") FÓRMULAS E IMPRESSOS DE CÁLCULO FOLHA 19
Relaxação vertical de um nó esquerdo de duas vigas.		$Z_A = \lvert\widehat{zz}\rvert_{AB}$; $Z_C = \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC}$; $Z_B = -(\lvert\widehat{zz}\rvert_{AB} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC})$ $L_A = L_B = \pm\lvert\widehat{pz}\rvert_{AB}$; $N_B = N_C = -\lvert\widehat{rz}\rvert_{BC}$ $\pm L$ *conforme* $\overline{A,B}$ *está, em relação a* $\overline{B,C}$, *do lado positivo ou negativo do eixo* $\overline{O,Y}$ $Z = \lvert\widehat{zz}\rvert$ = ; $Z = \lvert\widehat{zz}\rvert$ = ; $Z = -(\lvert\widehat{zz}\rvert + \lvert\widehat{zz}\rvert) = -(\quad + \quad) = -$ $L = L = \lvert\widehat{pz}\rvert$ = ; $N = N = -\lvert\widehat{rz}\rvert$ = –
Relaxação vertical de um nó direito de duas vigas.		$Z = \lvert\widehat{zz}\rvert_{A,B}$; $Z_B = \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC}$; $Z_C = -(\lvert\widehat{zz}\rvert_{AB} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC})$ $N_B = N_C = \lvert\widehat{rz}\rvert_{AB}$; $L_A = L_C = \pm\lvert\widehat{pz}\rvert_{BC}$ $\pm L$ *conforme* $\overline{A,C}$ *está em relação a* $\overline{B,C}$, *do lado positivo ou negativo do eixo* $\overline{O,Y}$ $Z_3 = \lvert\widehat{zz}\rvert_{2,3} = 2.430$; $Z_1 = \lvert\widehat{zz}\rvert_{1,2} = 2.430$; $Z_2 = -(\lvert\widehat{zz}\rvert_{2,3} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{1,2}) = -(2.430 + 2.430) = -4.860$ $N_1 = N_2 = \lvert\widehat{rz}\rvert_{1,2} = 3.645$; $L_3 = L_2 = -\lvert\widehat{pz}\rvert_{2,3} = -3.645$
Relaxação vertical de um nó de três vigas em T deitado.		$Z_A = \lvert\widehat{zz}\rvert_{AB}$; $Z_C = \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC}$; $Z_D = \lvert\widehat{zz}\rvert_{BD}$; $Z_B = -(\lvert\widehat{zz}\rvert_{AB} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{BD})$ $L_A = \lvert\widehat{pz}\rvert_{AB}$; $L_D = -\lvert\widehat{pz}\rvert_{BD}$; $L_B = \lvert\widehat{pz}\rvert_{AB} - \lvert\widehat{pz}\rvert_{BD}$; $N_B = N_C = \mp\lvert\widehat{rz}\rvert_{BC}$ $\mp N$ *conforme* B,C *está em relação a* A,D *do lado positivo ou negativo do eixo* O,X $Z = \lvert\widehat{zz}\rvert$ = ; $Z = \lvert\widehat{zz}\rvert$ = ; $Z = \lvert\widehat{zz}\rvert$ = ; $Z = -(\lvert\widehat{zz}\rvert + \lvert\widehat{zz}\rvert + \lvert\widehat{zz}\rvert) = -(\quad + \quad + \quad) = -$ $L = \lvert\widehat{pz}\rvert$ = ; $L = -\lvert\widehat{pz}\rvert$ = – ; $L = \lvert\widehat{pz}\rvert$ $\lvert\widehat{pz}\rvert$ = – = $N = N = -\lvert\widehat{rz}\rvert$ = –

Fig. 71

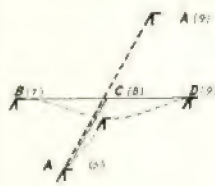
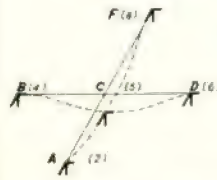
	CONVENÇÃO DE SINAIS	RELAXAÇÃO – FACTORES DE OPERAÇÃO RETICULADO NO ESPAÇO (TIPO "GRELHA") FÓRMULAS E IMPRESSOS DE CÁLCULO FOLHA 20
Relaxação vertical de um nó de três vigas em T direito.		$Z_A = \lvert\widehat{zz}\rvert_{AB}$; $Z_B = \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC}$; $Z_D = \lvert\widehat{zz}\rvert_{CD}$; $Z_C = -(\lvert\widehat{zz}\rvert_{AB} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{CD})$ $N_B = \lvert\widehat{rz}\rvert_{BC}$; $N_D = -\lvert\widehat{rz}\rvert_{CD}$; $N_C = \lvert\widehat{rz}\rvert_{BB} - \lvert\widehat{rz}\rvert_{CD}$; $L_A = L_C = \pm\lvert\widehat{pz}\rvert_{AC}$ $\pm L$ *conforme* $\overline{AC}$ *está em relação a* $\overline{BD}$ *do lado positivo ou negativo do eixo* OY $Z_5 = \lvert\widehat{zz}\rvert_{5,8} = 5.040$; $Z_7 = \lvert\widehat{zz}\rvert_{7,8} = 5.040$; $Z_9 = \lvert\widehat{zz}\rvert_{8,9} = 5.040$; $Z_8 = -(\lvert\widehat{zz}\rvert_{5,8} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{7,8} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{8,9}) =$ $= -(5.040 + 5.040 + 5.040) = -15.120$ $N_7 = \lvert\widehat{rz}\rvert_{7,8} = 7.560$; $N_9 = -\lvert\widehat{rz}\rvert_{8,9} = -7.560$; $N_8 = \lvert\widehat{rz}\rvert_{7,8} - \lvert\widehat{rz}\rvert_{8,9} = 7.560 - 7.560 = 0$ $L_5 = L_8 = +\lvert\widehat{pz}\rvert_{5,8} = 7.560$
Relaxação vertical de um nó de quatro vigas.		$Z_A = \lvert\widehat{zz}\rvert_{AC}$; $Z_B = \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC}$; $Z_D = \lvert\widehat{zz}\rvert_{CD}$; $Z_E = \lvert\widehat{zz}\rvert_{CE}$; $Z_C = -(\lvert\widehat{zz}\rvert_{AC} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{BC} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{CD} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{CE})$ $L_A = \lvert\widehat{pz}\rvert_{AC}$; $L_E = -\lvert\widehat{pz}\rvert_{CE}$; $L_C = \lvert\widehat{pz}\rvert_{AC} - \lvert\widehat{pz}\rvert_{CD}$ $N_B = \lvert\widehat{rz}\rvert_{BC}$; $N_D = -\lvert\widehat{rz}\rvert_{CD}$; $N_C = \lvert\widehat{rz}\rvert_{BC} - \lvert\widehat{rz}\rvert_{CD}$ $Z_7 = \lvert\widehat{zz}\rvert_{2,5} = 5.040$; $Z_4 = \lvert\widehat{zz}\rvert_{4,5} = 5.040$; $Z_6 = \lvert\widehat{zz}\rvert_{5,6} = 5.040$; $Z_8 = \lvert\widehat{zz}\rvert_{5,8} = 5.040$ $Z_5 = -(\lvert\widehat{zz}\rvert_{2,5} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{4,5} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{5,6} + \lvert\widehat{zz}\rvert_{5,8}) = -(5.040 + 5.040 + 5.040 + 5.040) = -20.160$ $L_7 = \lvert\widehat{pz}\rvert_{2,5} = 7.560$; $L_8 = -\lvert\widehat{pz}\rvert_{5,8} = -7.560$; $L_5 = \lvert\widehat{pz}\rvert_{2,5} - \lvert\widehat{pz}\rvert_{5,8} = 7.560 - 7.560 = 0$ $N_4 = \lvert\widehat{rz}\rvert_{4,5} = 7.560$; $N_6 = -\lvert\widehat{rz}\rvert_{5,6} = -7.560$; $N_5 = \lvert\widehat{rz}\rvert_{4,5} - \lvert\widehat{rz}\rvert_{5,6} = 7.560 - 7.560 = 0$

Fig. 72

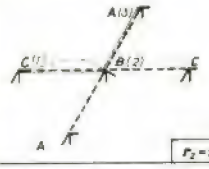
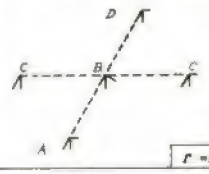
	CONVENÇÃO DE SINAIS	RELAXAÇÃO — FACTORES DE OPERAÇÃO RETICULADO NO ESPAÇO (TIPO "GRELHA") FÓRMULAS E IMPRESSOS DE CÁLCULO — FOLHA 21
Relaxação angular no plano OXZ de um nó de duas vigas		$Z_B = \mp \lvert \overline{zr} \rvert_{BC}$; $Z_C = \pm \lvert \overline{zr} \rvert_{BC}$; $N_C = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{BC}$; $N_A = r \lvert \overline{rr} \rvert_{AB}$ $N_B = -(m \lvert \overline{rr} \rvert_{BC} + r \lvert \overline{rr} \rvert_{AB})$ *Os sinais superiores de Z correspondem ao caso de BC estar do lado positivo de OY* $Z_2 = +\lvert \overline{zr} \rvert_{1,2} = -3.645$; $Z_1 = \lvert \overline{zr} \rvert_{1,2} = -3.645$ $N_1 = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{1,2} = -3.645$; $N_2 = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{1,2} = 569$ $N_2 = -(m \lvert \overline{rr} \rvert_{1,2} + r \lvert \overline{rr} \rvert_{2,3}) + (2291 + 569) = -7860$
Relaxação angular no plano OXZ de um nó de três vigas em T deitado		$Z_B = \mp \lvert \overline{zq} \rvert_{BC}$; $Z_C = \pm \lvert \overline{rq} \rvert_{BC}$; $N_C = r \lvert \overline{qq} \rvert_{BC}$; $N_A = r \lvert \overline{qq} \rvert_{AB}$; $N_D = r \lvert \overline{qq} \rvert_{BD}$ $N_B = -(m \lvert \overline{qq} \rvert_{BC} + r \lvert \overline{qq} \rvert_{AB} + r \lvert \overline{qq} \rvert_{BD})$ *Os sinais superiores de Z correspondem ao caso de BC estar do lado positivo de OX* $Z = \lvert \overline{zr} \rvert = -$; $Z = \lvert \overline{zr} \rvert =$; $N = -r \lvert \overline{rr} \rvert = -$; $N = r \lvert \overline{rr} \rvert =$; $N = r \lvert \overline{rr} \rvert =$ $N = -(m \lvert \overline{rr} \rvert + r \lvert \overline{rr} \rvert + r \lvert \overline{rr} \rvert) = -(\quad + \quad + \quad) = -$
Relaxação angular no plano OXZ de um nó de três vigas em T direito		$Z_B = -\lvert \overline{zr} \rvert_{BC}$; $Z_D = -\lvert \overline{zr} \rvert_{CD}$; $Z_C = \lvert \overline{zr} \rvert_{BC} - \lvert \overline{zr} \rvert_{CD}$ $N_B = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{BC}$; $N_D = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{CD}$; $N_A = r \lvert \overline{rr} \rvert_{AC}$ $N_C = -m \lvert \overline{rr} \rvert_{BC} + m \lvert \overline{rr} \rvert_{CD} + r \lvert \overline{rr} \rvert_{AC}$ $Z_7 = -\lvert \overline{zr} \rvert_{7,8} = -7.560$; $Z_9 = \lvert \overline{zr} \rvert_{8,9} = 7.560$; $Z_8 = \lvert \overline{zr} \rvert_{7,8} - \lvert \overline{zr} \rvert_{8,9} = 7.560 - 7.560 = 0$ $N_7 = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{7,8} = -7.560$; $N_9 = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{8,9} = -7.560$; $N_8 = r \lvert \overline{rr} \rvert_{3,8} = 1.181$ $N_8 = -(m \lvert \overline{rr} \rvert_{7,8} + m \lvert \overline{rr} \rvert_{8,9} + r \lvert \overline{rr} \rvert_{3,8}) = -(15.120 + 15.120 + 1.181) = -31.421$

Fig. 73

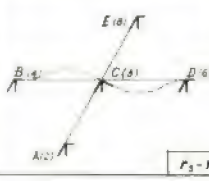
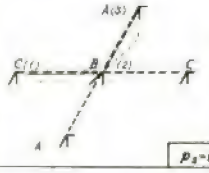
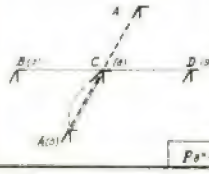
	CONVENÇÃO DE SINAIS	RELAXAÇÃO — FACTORES DE OPERAÇÃO RETICULADO NO ESPAÇO (TIPO "GRELHA") FÓRMULAS E IMPRESSOS DE CÁLCULO — FOLHA 22
Relaxação angular no plano OXZ de um nó de quatro vigas		$Z_B = -\lvert \overline{zr} \rvert_{BC}$; $Z_D = \lvert \overline{zr} \rvert_{CD}$; $Z_C = \lvert \overline{zr} \rvert_{BC} - \lvert \overline{zr} \rvert_{CD}$ $N_B = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{BC}$; $N_D = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{CD}$; $N_A = r \lvert \overline{rr} \rvert_{AC}$; $N_E = r \lvert \overline{rr} \rvert_{CE}$ $N_C = -(m \lvert \overline{rr} \rvert_{BC} + m \lvert \overline{rr} \rvert_{CD} + r \lvert \overline{rr} \rvert_{AC} + r \lvert \overline{rr} \rvert_{CE})$ $Z_4 = -\lvert \overline{zr} \rvert_{4,5} = -7.560$; $Z_6 = \lvert \overline{zr} \rvert_{5,6} = 7.560$; $Z_5 = \lvert \overline{zr} \rvert_{4,5} - \lvert \overline{zr} \rvert_{5,6} = 7.560 - 7.560 = 0$ $N_4 = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{4,5} = -7.560$; $N_6 = -r \lvert \overline{rr} \rvert_{5,6} = -7.560$; $N_2 = r \lvert \overline{rr} \rvert_{2,5} = 1.181$; $N_8 = r \lvert \overline{rr} \rvert_{5,8} = 1.181$ $N_5 = -(m \lvert \overline{rr} \rvert_{4,5} + m \lvert \overline{rr} \rvert_{5,6} + r \lvert \overline{rr} \rvert_{2,5} + r \lvert \overline{rr} \rvert_{5,8}) = -(15.120 + 15.120 + 1.181 + 1.181) = -32.602$
Relaxação angular no plano OXZ de um nó de duas vigas		$Z_A = \mp \lvert \overline{zp} \rvert_{AB}$; $Z_B = \pm \lvert \overline{zp} \rvert_{AB}$; $L_A = -r \lvert \overline{pp} \rvert_{AB}$; $L_C = r \lvert \overline{pp} \rvert_{BC}$ $L_B = -(m \lvert \overline{pp} \rvert_{AB} + r \lvert \overline{pp} \rvert_{BC})$ *Os sinais superiores de Z correspondem ao caso de AB estar do lado positivo de OX* $Z_3 = +\lvert \overline{zp} \rvert_{2,3} = -3.645$; $Z_2 = -\lvert \overline{zp} \rvert_{2,3} = 3.645$ $Z_3 = -r \lvert \overline{pp} \rvert_{2,3} = -3.645$; $L_1 = r \lvert \overline{pp} \rvert_{1,2} = 569$; $L_2 = -(m \lvert \overline{pp} \rvert_{2,3} + r \lvert \overline{pp} \rvert_{1,2}) = -(2291 + 569) = -7860$
Relaxação angular no plano OXZ de um nó de três vigas em T direito		$Z_A = \mp \lvert \overline{zp} \rvert_{AC}$; $Z_C = \pm \lvert \overline{zp} \rvert_{AC}$; $L_A = -r \lvert \overline{pp} \rvert_{AC}$; $L_B = r \lvert \overline{pp} \rvert_{BC}$; $L_D = r \lvert \overline{pp} \rvert_{CD}$ $L_C = -(m \lvert \overline{pp} \rvert_{AC} + r \lvert \overline{pp} \rvert_{BC} + r \lvert \overline{pp} \rvert_{CD})$ *Os sinais superiores de Z correspondem ao caso de AC estar do lado positivo de OY* $Z_7 = -\lvert \overline{zp} \rvert_{7,8} = -7.560$; $Z_9 = +\lvert \overline{zp} \rvert_{8,9} = 7.560$ $Z_8 = -r \lvert \overline{pp} \rvert_{7,8} = -7.560$; $L_7 = r \lvert \overline{pp} \rvert_{7,8} = 1.181$; $L_9 = r \lvert \overline{pp} \rvert_{8,9} = 1.181$ $L_8 = -(m \lvert \overline{pp} \rvert_{7,8} + r \lvert \overline{pp} \rvert_{7,8} + r \lvert \overline{pp} \rvert_{8,9}) = -(15.120 + 1.181 + 1.181) = -17.482$

Fig. 74

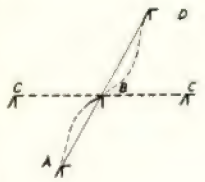
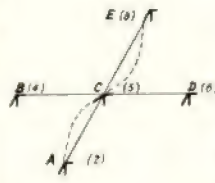
	CONVENÇÃO DE SINAIS	RELAXAÇÃO — FACTORES DE OPERAÇÃO RETICULADO NO ESPAÇO (TIPO "GRELHA") FÓRMULAS E IMPRESSOS DE CÁLCULO — FOLHA 33
Relaxação angular no plano OYZ de um nó de três vigas em T deitado		$Z_A=-\lvert\widehat{zp}\rvert_{AB}$; $Z_D=\lvert\widehat{zp}\rvert_{BD}$; $Z_B=\lvert\widehat{zp}\rvert_{AB}-\lvert\widehat{zp}\rvert_{BD}$ $L_A=-f\lvert\widehat{pp}\rvert_{AB}$; $L_D=-f\lvert\widehat{pp}\rvert_{BD}$; $L_C=f\lvert\widehat{pp}\rvert_{BC}$ $L_B=-(m\lvert\widehat{pp}\rvert_{AB}+m\lvert\widehat{pp}\rvert_{BD}+f\lvert\widehat{pp}\rvert_{BC})$ $Z=-\lvert\widehat{zp}\rvert=-$; $Z=\lvert\widehat{zp}\rvert=$; $Z=\lvert\widehat{zp}\rvert-\lvert\widehat{zp}\rvert=-=$ $L=-f\lvert\widehat{pp}\rvert=-$; $L=-f\lvert\widehat{pp}\rvert=-$; $L=f\lvert\widehat{pp}\rvert=$ $L=-(m\lvert\widehat{pp}\rvert+m\lvert\widehat{pp}\rvert+f\lvert\widehat{pp}\rvert)=-(+++)=-$
Relaxação angular no plano OYZ de um nó de quatro vigas		$Z_A=-\lvert\widehat{zp}\rvert_{AC}$; $Z_E=\lvert\widehat{zp}\rvert_{CE}$; $Z_C=\lvert\widehat{zp}\rvert_{AC}-\lvert\widehat{zp}\rvert_{CE}$ $L_A=-f\lvert\widehat{pp}\rvert_{AC}$; $L_E=-f\lvert\widehat{pp}\rvert_{CE}$; $L_B=f\lvert\widehat{pp}\rvert_{BC}$; $L_D=f\lvert\widehat{pp}\rvert_{CD}$ $L_C=-(m\lvert\widehat{pp}\rvert_{AC}+m\lvert\widehat{pp}\rvert_{CE}+f\lvert\widehat{pp}\rvert_{BC}+f\lvert\widehat{pp}\rvert_{CD})$ $Z_2=-\lvert\widehat{zp}\rvert_{2,5}=-7.560$; $Z_8=\lvert\widehat{zp}\rvert_{5,8}=7.560$; $Z_5=\lvert\widehat{zp}\rvert_{2,5}-\lvert\widehat{zp}\rvert_{5,8}=7.560-7.560=0$ $L_2=-f\lvert\widehat{pp}\rvert_{2,5}=-7.560$; $L_8=-f\lvert\widehat{pp}\rvert_{5,8}=-7.560$; $L_4=f\lvert\widehat{pp}\rvert_{4,5}=1.181$; $L_6=f\lvert\widehat{pp}\rvert_{5,6}=1.181$ $L_5=-(m\lvert\widehat{pp}\rvert_{2,5}+m\lvert\widehat{pp}\rvert_{5,8}+f\lvert\widehat{pp}\rvert_{4,5}+f\lvert\widehat{pp}\rvert_{5,6})=-(15.120+15.120+1.181+1.181)=-32.602$

Fig. 75

em que:

$\mathfrak{M}$ é o momento de torção devido à rotação ϑ imposta à extremidade de um elemento de comprimento L.

C é a rigidez de torção

G é o módulo de elasticidade transversal

b e c são respectivamente a altura e a largura da secção do elemento

α e β são constantes que dependem da relação entre b e c:

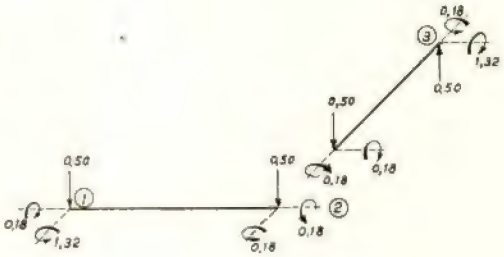


Fig. 76

$\frac{b}{c}=$ 1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	4,00	6	8	10	∞
$\alpha=$ 0,208	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
$\beta=$ 0,141	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333

Sabe-se ainda que para o betão G é dado por:

$$G=\frac{E}{2,2}$$

Aplicando ao exemplo, temos:

$\frac{b}{c}=2,00$; $\alpha=0,246$; $\beta=0,229$

$G=9,55\times10^5$; $C=1.708$

No quadro LXXVII calculam-se os coeficientes de influência e os factores de operação são apresentados no quadro LXXVIII.

Os quadros LXXIX, LXXXI e LXXXII completam o cálculo, sendo de observar a extrema simplicidade da operação de relaxação. Na fig. 76 obtêm-se os esforços finais.

QUADRO LXXVIII — Factores de operação

Unidades: Tonelada, metro

	Tipo	1 N_2	2 L_2	3 Z_2	N_1	L_1	Z_1	N_3	L_3	Z_3
1	$r_2 = 1$	−7860	0	3645	−3645	0	−3645	569	0	0
2	$p_2 = -1$	0	7860	3645	0	− 569	0	0	3645	−3645
3	$W_2 = -1$	3645	−3645	−4860	3645	0	2430	0	−3645	2430
4	$r_2 = -p_2 = 1$	−7860	−7860	7290	−3645	− 569	− 3645	569	3645	−3645

Verificações:

$$(1): -7860 - 3645 + 569 + 3645 \times 3 = -1$$
$$(2): +7860 + 3645 - 569 - 3645 \times 3 = -1$$
$$(3): 3645 + 3645 - 2430 \times 3 - 3645 + 2430 \times 3 = 0$$

QUADRO LXXIX — Relaxação

Unidades: Tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação	1 N_2	2 L_2	3 Z_2
3	0,000676	0 2,46	0 2,46	1,00 − 3,28
4	0,000313	2,46 − 2,46	− 2,46 2,46	− 2,28 2,28
		0	0	0

Equação auxiliar:

$$1{,}00 - 4860\,x + 3645\,x \times \frac{7290}{7860} = 0$$

$$\therefore\ x = 0{,}000676$$

Deformações totais:

$r_2 = 0{,}000313$ rad.
$p_2 = 0{,}000313$ rad.
$W_2 = 0{,}000676$ m

2.º exemplo:

Seja a estrutura da fig. 77; a fig. 78 apresenta as acções de encastramento dos diferentes elementos. As vigas têm todas a mesma secção: 0,60 × 0,30.

No quadro LXXXIII calculam-se os coeficientes de influência e a partir destes os factores de operação, quadro LXXXIV. Neste não se incluiram, como até aqui se tem feito, os factores relativos às reacções de apoio, pois isto alongaria bastante esta exposição. A verificação habitual destes quadros pode ser feita a partir dos valores obtidos nos impressos de cálculo dos factores de operação.

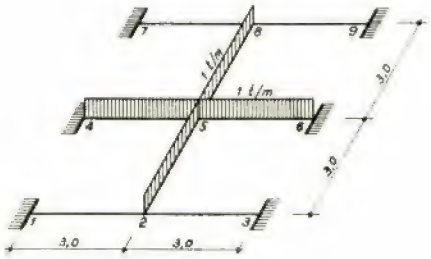


Fig. 77

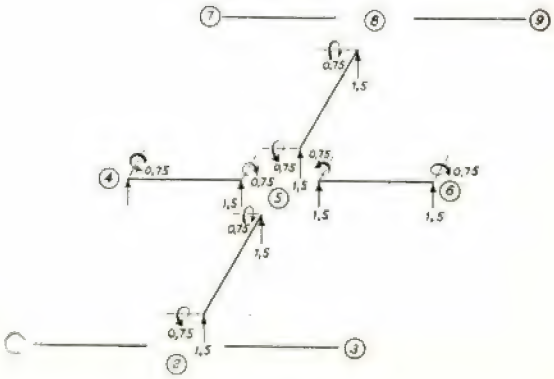


Fig. 78

QUADRO *LXXX* — Momentos de continuidade

Reticulados no espaço (Tipo «grelha»)

Elementos paralelos ao eixo Ox

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert\widehat{rx}\rvert_{AB}$	2 $W_B - W_A$	3 $_m\lvert\widehat{rr}\rvert_{AB}$	4 $_f\lvert\widehat{rr}\rvert_{AB}$	5 r_A	6 r_B	7 $_f\lvert\widehat{pp}\rvert_{AB}$	8 $p_B - p_A$	9 1×2	10 3×5	11 4×6	12 $11 + 11$	13 $\frac{1}{2} \times 12$	M_A $-9+10+11$	M_B $-9+12+13$	$\mathfrak{M}_B$ 1×8
$\overline{1,2}$	3645	$6{,}76.10^{-4}$	7291	3645	0	$3{,}13.10^{-4}$	569	$-3{,}13.10^{-4}$	2,46	0	1,14	2,28	0	$-1{,}32$	$-0{,}18$	$-0{,}18$

QUADRO *LXXXI* — Momentos de continuidade

Reticulados no espaço (Tipo «grelha»)

Elementos paralelos ao eixo Oy

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert\widehat{pz}\rvert_{AB}$	2 $W_B - W_A$	3 $_m\lvert\widehat{pp}\rvert_{AB}$	4 $_f\lvert\widehat{pp}\rvert_{AB}$	5 p_A	6 p_B	7 $_f\lvert\widehat{rr}\rvert_{AB}$	8 $r_B - r_A$	9 1×2	10 3×5	11 4×6	12 $11 + 11$	13 $\frac{1}{2} \times 10$	M_A $-9+10+11$	M_B $-9+12+13$	$\mathfrak{M}_B$ 7×8
$\overline{2,3}$	3645	$-6{,}76.10^{-4}$	7291	3645	$-3{,}13.10^{-4}$	0	569	$-3{,}13.10^{-4}$	$-2{,}46$	$-2{,}28$	0	0	$-1{,}14$	0,18	1,32	$-{,}018$

QUADRO *LXXXII* — Esforços transversos

Reticulados espaço (Tipo grelha)

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z_B	
$\parallel^s$ a Ox	$\parallel^s$ a Oy	$\lvert\widehat{zz}\rvert_{AB}$	$W_B - W_A$	$\lvert\widehat{zr}\rvert_{AB}$	$r_A + r_B$	$\lvert\widehat{zp}\rvert_{AB}$	$P_A + P_B$	1×2	3×4	5×6	$7 - 8$	$7 - 9$
$\overline{1,2}$	—	2430	$6{,}76 \cdot 10^{-4}$	3643	$3{,}13 \cdot 10^{-4}$	—	—	1,64	1,14	—	0,50	—
	$\overline{2,3}$	2430	$-6{,}76 \cdot 10^{-4}$	—	—	3645	$-3{,}13 \cdot 10^{-4}$	$-1{,}64$	—	$-1{,}14$	—	$-0{,}50$

QUADRO *LXXXIII* — Coeficientes de influência

Reticulados no espaço (Tipo grelha)

Unidades: *Tonelada, metro*

$\left|\widehat{zz}\right| = 12\,\frac{B}{L^3}$;

Elementos $\|^s$ a Ox: $\left|\widehat{zr}\right| = \left|\widehat{rz}\right| = 6\,\frac{B}{L^2}$; $_m\left|\widehat{rr}\right| = 4\,\frac{B}{L}$; $_f\left|\widehat{rr}\right| = 2\,\frac{B}{L}$; $_f\left|\widehat{pp}\right| = \frac{C}{L}$

Elementos $\|^s$ a Oy: $\left|\widehat{zp}\right| = \left|\widehat{pz}\right| = 6\,\frac{B}{L^2}$; $_m\left|\widehat{pp}\right| = 4\,\frac{B}{L}$; $_f\left|\widehat{pp}\right| = 2\,\frac{B}{L}$; $_f\left|\widehat{rr}\right| = \frac{C}{L}$

Elementos		E	I	B	C	L	$\left\|\widehat{zz}\right\|$	$\left\|\widehat{zr}\right\|$ / $\left\|\widehat{rz}\right\|$	$\left\|\widehat{zp}\right\|$ / $\left\|\widehat{pz}\right\|$	$\left\|\widehat{rr}\right\|$		$\left\|\widehat{pp}\right\|$	
$\|^s$ a Ox	$\|^s$ a Oy									m	f	m	f
$\overline{1,2}$ $\overline{2,3}$ $\overline{4,5}$ $\overline{5,6}$ $\overline{7,8}$ $\overline{8,9}$		21.10^5	$5,4.10^{-3}$	11.340	3543	3,0	5040	7560	—	15.120	7560	—	1181
	$\overline{2,5}$ $\overline{5,8}$	21.10^5	$5,4.10^{-3}$	11.340	3543	3,0	5040	—	7560	—	1181	15.120	7560

QUADRO LXXXIV — Factores de operação

Unidades: Tonelada, metro

	Tipo	N_2	N_5	N_8	L_2	L_5	L_8	Z_2	Z_5	Z_8
1	$q_2 = 1$	−31.421	1181	0	—	—	—	0	0	0
2	$q_5 = 1$	1181	−32.602	1181	—	—	—	0	0	0
3	$q_8 = 1$	0	1181	−31.421	—	—	—	0	0	0
4	$p_2 = 1$	—	—	—	−17.482	− 7560	—	− 7560	7560	—
5	$p_5 = 1$	—	—	—	− 7560	−32.602	− 7560	− 7560	0	7560
6	$p_8 = -1$	—	—	—	—	7560	17.482	0	7560	− 7560
7	$W_2 = 1$	0	0	0	− 7560	− 7560	0	−15.120	5040	0
8	$W_5 = 1$	0	0	0	7560	0	− 7560	5040	−20.160	5040
9	$W_8 = 1$	0	0	0	0	7560	7560	0	5040	−15.120
10	$q_2 = q_5 = q_8 = 1$	−30.240	−30.240	−30.240	—	—	—	0	0	0
10	$W_2 = W_8 = 1$	0	0	0	− 7560	0	7560	−15.120	10.080	−15.120
11	$p_2 = -p_8 = 1$	—	—	—	−17.482	0	17.482	− 7560	15.120	−17.560

QUADRO LXXXV — Relaxação

Unidades: Tonelada, metro

Tipo	Valor de relaxação	1 N_2	2 N_5	3 N_8	4 L_2	5 L_5	6 L_8	7 Z_2	8 Z_5	8 Z_8	N
8	0,0004167	0 0	0 0	0 0	0,75 3,15	0 0	— 0,75 — 3,15	4,50 2,10	6,00 — 8,40	1,50 2,10	1
10	0,0002380	0 0	0 0	0 0	3,90 — 1,80	0 0	— 3,90 1,80	3,60 — 3,60	— 2,40 2,40	3,60 — 3,60	2
11	0,0001201	0 0	0 0	0 0	2,10 — 2,10	0 0	— 2,10 2,10	0 — 0,91	0 1,82	0 — 0,91	3
8	0,0000720	0 0	0 0	0 0	0 0,54	0 0	0 — 0,54	— 0,91 0,36	1,82 — 1,45	— 0,91 0,36	4
10	—0,0000364	0 0	0 0	0 0	0,54 0,28	0 0	— 0,54 — 0,28	— 0,55 0,55	0,37 — 0,37	— 0,55 0,55	5
11	0'0000769	0 0	0 0	0 0	0,82 — 1,34	0 0	— 0,82 1,34	0 — 0,58	0 1,16	0 — 0,58	6
8	0,0000458	0 0	0 0	0 0	— 0,52 0,35	0 0	0,52 — 0,35	— 0,58 0,23	1,16 — 0,92	— 0,58 0,23	7
10	—0,0000231	0 0	0 0	0 0	— 0,17 0,17	0 0	0,17 — 0,17	— 0,35 0,35	0,24 — 0,24	— 0,35 0,35	8
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Equações auxiliares:

$$6{,}00 - 20.160\ x + (\ \ 1{,}50 + 5040\ x)\ \frac{10.080}{15.120} = 0 \quad \therefore\ x = 0{,}0004167$$

$$1{,}82 - 20.160\ x + (-0{,}91 + 5040\ x)\ \frac{10.080}{15.120} = 0 \quad \therefore\ x = 0{,}0000720$$

$$x = \frac{0{,}0001201 \times 0{,}82}{2{,}10 - 0{,}82} = 0{,}0000769$$

Deformações totais:

$r_2 = r_5 = r_8 = 0$

$p_2 = (11) = 0{,}0001970$

$p_5 = 0$

$p_8 = (-11) = -\ 0{,}0001970$

$W_2 = W_8 = (10) = 0{,}0001785$

$W_5 = (8) = 0{,}0005345$

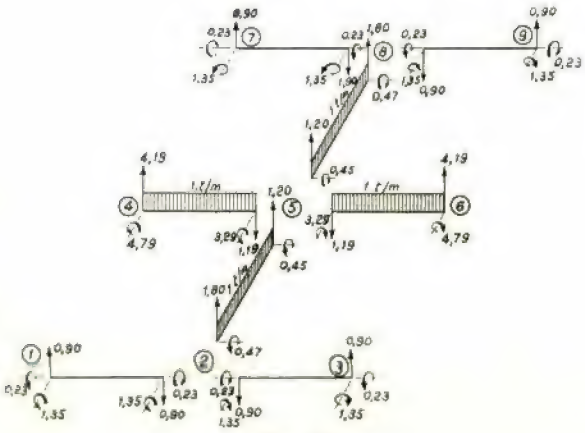


Fig. 79

A relaxação é feita no quadro LXXXV; utilizam-se três equações auxiliares, tendo-se conseguido anular completamente os resíduos. Verifica-se que a simetria da estrutura simplifica bastante esta operação.

Os quadros LXXXVI, LXXXVII e LXXXVIII completam o cálculo. Na fig. 79 obtêm-se os esforços finais.

3 — Reticulados no espaço

3.1 — Consideramos apenas os reticulados de elementos normais entre si e destes só os formados por nós de três elementos, dois horizon-

QUADRO *LXXXVI* — Momentos de continuidade

Reticulados no espaço (Tipo «grelha»)

Elementos paralelos ao eixo Ox

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert \widehat{rx} \rvert_{AB}$	2 $W_B - W_A$	3 $m \lvert \widehat{rr} \rvert_{AB}$	4 $f \lvert \widehat{rr} \rvert_{AB}$	5 r_A	6 r_B	7 $f \lvert \widehat{pp} \rvert_{AB}$	8 $p_B - p_A$	9 1×2	10 3×5	11 4×6	12 $11 + 11$	13 $\frac{1}{2} \times 12$	M_A $-9+10+11$	M_B $-9+12+13$	$\mathfrak{M}_B$ 7×8
$\overline{1,2}$	7560	$17{,}85.10^{-5}$	15.120	7460	0	0	1181	$19{,}70.10^{-5}$	1,35	0	0	0	0	−1,35	−1,35	0,23
$\overline{2,3}$	7560	$-17{,}85.10^{-5}$	15.120	7460	0	0	1181	$-19{,}70.10^{-5}$	−1,35	0	0	0	0	1,35	1,35	−0,23
$\overline{4,5}$	7560	$58{,}45.10^{-5}$	15.120	7460	0	0	1181	0	4,04	0	0	0	0	−4,04	−4,04	0
$\overline{5,6}$	7560	$-53{,}45.10^{-5}$	15.120	7460	0	0	1181	0	−4,04	0	0	0	0	4,04	4,04	0
$\overline{7,8}$	7560	$17{,}85.10^{-5}$	15.120	7460	0	0	1181	$-19{,}70.10^{-5}$	1,35	0	0	0	0	−1,35	−1,35	−0,23
$\overline{8,9}$	7560	$-17{,}85.10^{-5}$	15.120	7460	0	0	1181	$19{,}70.10^{-5}$	−1,35	0	0	0	0	1,35	1,35	0,23

QUADRO *LXXXVII* — Momentos de continuidade

Reticulados no espaço (Tipo «grelha»)

Elementos paralelos ao eixo Oy

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert \widehat{pz} \rvert_{AB}$	2 $W_B - W_A$	3 $m \lvert \widehat{pp} \rvert_{AB}$	4 $f \lvert \widehat{pp} \rvert_{AB}$	5 p_A	6 p_B	7 $f \lvert \widehat{rr} \rvert_{AB}$	8 $r_B - r_A$	9 1×2	10 3×5	11 4×6	12 $11 + 11$	13 $\frac{1}{2} \times 10$	M_A $-9+10+11$	M_B $-9+12+13$	$\mathfrak{M}_B$ 7×8
$\overline{2,5}$	7560	$35{,}6.10^{-5}$	15.120	7560	$19{,}7\ 10^{-5}$	0	1181	0	2,69	2,97	0	0	1,49	0,28	−1,20	0
$\overline{5,8}$	7560	$-35{,}6.10^{-5}$	15.120	7560	0	$-19{,}7.10^{-5}$		0	−2,69	0	−1,49	−2,97	0	1,20	−0,28	0

QUADRO *LXXXVIII* — Esforços transversos

Reticulados no espaço (Tipo grelha)

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z_B	
$\|\|^s a\ Ox$	$\|\|^s a\ Oy$	$\lvert\widehat{zz}\rvert_{AB}$	$W_B - W_A$	$\lvert\widehat{zr}\rvert_{AB}$	$r_A + r_B$	$\lvert\widehat{zp}\rvert_{AB}$	$p_A + p_B$	1×2	3×4	5×6	7 — 8	7 — 9
$\overline{1,2}$		5040	$17,85.10^{-5}$	7560	0	—	—	0,90	0	—	0,90	—
$\overline{2,3}$		5040	$-17,85.10^{-5}$	7560	0	—	—	— 0,90	0	—	— 0,90	—
$\overline{4,5}$		5040	$53,45.10^{-5}$	7560	0	—	—	2,69	0	—	2,69	—
$\overline{5,6}$		5040	$-53,45.10^{-5}$	7560	0	—	—	— 2,69	0	—	— 2,69	—
$\overline{7,8}$		5040	$17,85.10^{-5}$	7560	0	—	—	0,90	0	—	0,90	—
$\overline{8,9}$		5040	$-17,85.10^{-5}$	7560	0	—	—	— 0,90	0	—	— 0,90	—
	$\overline{2,5}$	5040	$35,6.10^{-5}$	—	—	7560	$19,7.10^{-5}$	1,79	—	1,49	—	0,30
	$\overline{5,8}$	5040	$-35,6.10^{-5}$	—	—		$-19,7.10^{-5}$	— 1,79	—	— 1,49	—	— 0,30

tais e um vertical; isto para não tornarmos excessivamente longo este trabalho.

O cálculo dos reticulados no espaço são muito difìcilmente abordáveis pelo método de Cross, aliás o único método analítico, além da relaxação, que o consegue fazer com certa facilidade.

É bem certo que, geralmente, as estruturas, apesar de contínuas no espaço, podem ser consideradas como um conjunto de reticulados planos contraventados transversalmente e como tal calculados, sem grande prejuízo económico. Mas isto não significa que sempre assim suceda, e certamente algum de nós já terá lastimado não ter realizado toda a economia possível no dimensionamento da sua estrutura por não a ter podido calcular como contínua no espaço, devido à falta de um método prático que lho permitisse fazer.

O cálculo de uma estrutura no espaço será sempre mais ou menos extenso. Interessa, portanto, que o método a empregar seja «seguro», isto é, nos permita chegar ao fim com a certeza de que o trabalho feito não será perdido. Para

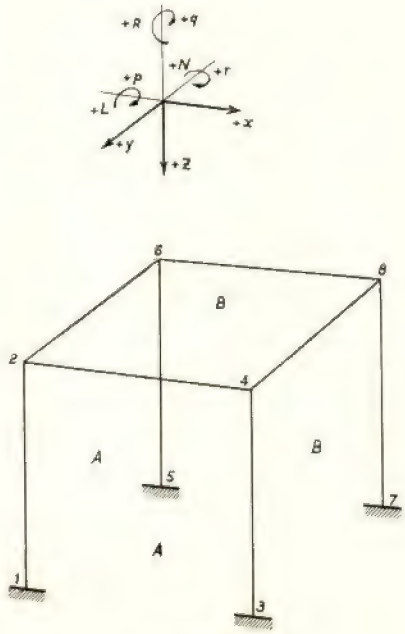


Fig. 80

isso ele terá de ser simples, tanto quanto possível sistematizado e de verificação fácil e progres-

siva. Só assim nos sentiremos tentados a utilizá-lo.

Temos a convicção que conseguimos adaptar a teoria de Southwell de forma a tornar fácil o cálculo dos reticulados no espaço.

3.2 — As estruturas no espaço de elementos normais entre si podem ter, localizadas nos nós e àparte os efeitos de possíveis assentamentos, as seguintes deformações: rotações segundo os três eixos acordenados e translações segundo os eixos Ox e Oy. A fig. 80 apresenta a convenção de sinais e as designações a adoptar. Assim os momentos e rotações são respectivamente: segundo Oy, N e r; segundo Ox, L e p; segundo Oz, R e q. A convenção de sinais mantém-se a mesma: positiva segundo o movimento dos ponteiros de um relógio. Na mesma figura mostra-se como numerar os nós e apoios: em ordem crescente de baixo para cima, da esquerda para a direita e da frente para trás.

Admitindo a hipótese da incompressibilidade prática dos elementos de betão podemos dizer que as deformações lineares se fazem por painéis: os nós 2 e 4, 6 e 8 deslocam-se igualmente segundo Ox, podendo, no entanto, esta deslocação ser diferente para os dois pares, razão porque se considera a relaxação horizontal de painel e não a de andar, como nas estruturas planas se faz; o mesmo se diz para os pares 2 e 6, 4 e 8, mas agora referindo-nos ao eixo Oy. Há portanto que designar os diferentes painéis, o que é feitò por letras maiúsculas em ordem alfabética crescente da esquerda para a direita e da frente para trás. O facto de uma mesma letra designar um painel paralelo a Ox e outro paralelo a Oy não origina confusão pois quando a eles nos referimos é por intermédio de U_A e X_A, V_A e Y_A, respectivamente.

3.3 — No caso mais geral de solicitação a estrutura da fig. 80 origina uma operação de relaxação de 16 colunas, ou seja 12 relaxações angulares e 4 lineares. Felizmente, porém, as estruturas simples — geralmente são deste tipo as que temos interesse em considerar como contínuas no espaço — apresentam muitas vezes características de simetria que simplificam extraordinàriamente o seu cálculo.

Para este tipo de estruturas e para todas as outras de nós fixos, podemos dizer abertamente que o seu cálculo como contínuas no espaço é muito simples e «seguro» quando se utilize o método de relaxação como a seguir o apresentamos.

3.4 — O modo de aplicar a relaxação ao cálculo dos reticulados no espaço é absolutamente igual ao que se tem feito até agora: começa-se por calcular os coeficientes de influência de todos os elementos e a partir destes formam-se os factores de operação que vão permitir realizar a operação de relaxação; esta fornece-nos as deformações, translações e rotações necessárias ao cálculo dos momentos de torção, de flexão e respectivos esforços transversos.

O problema é, todavia, agora mais extenso. Com efeito, há elementos paralelos às três direcções coordenadas que podem flectir em dois planos; em cada um deles podem reinar esforços devidos a dois momentos de flexão, aos esforços tangenciais correspondentes — normais entre si — e a um momento de torção.

Os coeficientes de influência são calculados em impressos de cálculo, fig. 81, de acordo com as seguintes expressões:

Elementos paralelos a Oz:

$$\left|\widehat{xx}\right| = 12\,\frac{By}{L^3} \quad ; \quad \left|\widehat{rx}\right| = \left|\widehat{xr}\right| = 6\,\frac{By}{L^2}$$

$$\left|\widehat{yy}\right| = 12\,\frac{Bx}{L^3} \quad ; \quad \left|\widehat{py}\right| = \left|\widehat{yp}\right| = 6\,\frac{Bx}{L^2}$$

$$m\left|\widehat{rr}\right| = 4\,\frac{By}{L} \quad ; \quad f\left|\widehat{rr}\right| = 2\,\frac{By}{L}$$

$$m\left|\widehat{pp}\right| = 4\,\frac{Bx}{L} \quad ; \quad f\left|\widehat{rr}\right| = 2\,\frac{Bx}{L}$$

$$f\left|\widehat{qq}\right| = \frac{C}{L}$$

Elementos paralelos a Oy

$$\left|\widehat{xx}\right| = 12\,\frac{Bz}{L} \quad ; \quad \left|\widehat{qx}\right| = \left|\widehat{xq}\right| = 6\,\frac{Bz}{L}$$

$$f\left|\widehat{rr}\right| = \frac{C}{L} \quad ; \quad \left|\widehat{zp}\right| = \left|\widehat{pz}\right| = 6\,\frac{Bx}{L}$$

$$m\left|\widehat{pp}\right| = 4\,\frac{Bx}{L} \quad ; \quad f\left|\widehat{pp}\right| = 2\,\frac{Bx}{L}$$

$$m\left|\widehat{qq}\right| = 4\,\frac{Bz}{L} \quad ; \quad f\left|\widehat{qq}\right| = 2\,\frac{Bz}{L}$$

Elementos paralelos a Ox

$$\left|\widehat{yy}\right| = 12\,\frac{Bz}{L} \quad ; \quad \left|\widehat{qy}\right| = \left|\widehat{yq}\right| = 6\,\frac{Bz}{L}$$

$$f\left|\widehat{pp}\right| = \frac{C}{L} \quad ; \quad \left|\widehat{zr}\right| = \left|\widehat{rz}\right| = 6\,\frac{By}{L}$$

$$m\left|\widehat{rr}\right| = 4\,\frac{By}{L} \quad ; \quad f\left|\widehat{rr}\right| = 2\,\frac{By}{L}$$

$$m\left|\widehat{qq}\right| = 4\,\frac{Bz}{L} \quad ; \quad f\left|\widehat{qq}\right| = 2\,\frac{Bz}{L}$$

Nestas expressões, de fácil dedução, atende-se ao facto de os momentos de inércia de uma secção poderem ser diferentes conforme o plano em que a flexão se dá. Estes momentos de inércia serão designados de acordo com o eixo da coordenado Oy; do mesmo modo a rotação p faz intervir os momentos I_x dos elementos paralelos a Oy e Oz e a rotação q os momentos I_z dos elementos paralelos a Ox e Oy.

Os impressos de cálculo da fig. 81 estão preenchidos com os valores referentes ao primeiro exemplo que a seguir se apresenta. O seu preenchimento é imediato.

3.5 — Obtidos os coeficientes de influência formam-se os factores de operação nos impressos das folhas de cálculo respectivas, figs. 82 e 83. Estas folhas dizem respeito apenas a rotações de nós de três elementos (dois horizontais e um vertical) e às relaxações horizontais, segundo Ox e Oy, de um reticulado de um piso. É muito fácil generalizá-la a outros tipos de nós e a reticulados de mais pisos.

RELAXAÇÃO — RECTICULADOS NO ESPAÇO

COEFICIENTES DE INFLUENCIA

Unidades: Tonelada, metro

Elementos paralelos a O z

$|\widehat{xx}| = 12\,\frac{By}{L^3}$; $|\widehat{rz}| = |\widehat{zr}| = 6\,\frac{By}{L^2}$; $|\widehat{yy}| = 12\,\frac{Bx}{L^3}$; $|\widehat{py}| = |\widehat{yp}| = 6\,\frac{Bx}{L^2}$; $m|\widehat{rr}| = 4\,\frac{By}{L}$; $f|\widehat{rr}| = 2\,\frac{By}{L}$; $m|\widehat{pp}| = 4\,\frac{Bx}{L}$; $f|\widehat{pp}| = 2\,\frac{Bx}{L}$; $f|\widehat{qq}| = \frac{C}{L}$

Elementos AB	E	I		B		C	L	$\lvert\widehat{xx}\rvert$	$\lvert\widehat{rz}\rvert$ / $\lvert\widehat{zr}\rvert$	$\lvert\widehat{yy}\rvert$	$\lvert\widehat{py}\rvert$ / $\lvert\widehat{yp}\rvert$	$\lvert\widehat{rr}\rvert$		$\lvert\widehat{pp}\rvert$		$f\lvert\widehat{qq}\rvert$
		I_x	I_y	B_x	B_y							m	f	m	f	
1,2	21×10^{-5}	$67{,}5 \times 10^{-5}$	$67{,}5 \times 10^{-5}$	1418	1418	1091	4,0	266	532	266	532	1418	709	1418	709	273
3,4	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
5,6	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
7,8	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"

Elementos paralelos a O x

$|\widehat{yy}| = 12\,\frac{Bz}{L^3}$; $|\widehat{qy}| = |\widehat{yq}| = 6\,\frac{Bz}{L^2}$; $|\widehat{rr}| = |\widehat{rz}| = 6\,\frac{By}{L}$; $m|\widehat{rr}| = 4\,\frac{By}{L}$; $f|\widehat{rr}| = 2\,\frac{By}{L}$; $m|\widehat{qq}| = 4\,\frac{Bz}{L}$; $f|\widehat{qq}| = 2\,\frac{Bz}{L}$; $f|\widehat{pp}| = \frac{C}{L}$

Elementos AB	E	I		B		C	L	$\lvert\widehat{yy}\rvert$	$\lvert\widehat{qy}\rvert$ / $\lvert\widehat{yq}\rvert$	$\lvert\widehat{rr}\rvert$ / $\lvert\widehat{rz}\rvert$	$\lvert\widehat{rr}\rvert$		$\lvert\widehat{qq}\rvert$		$f\lvert\widehat{pp}\rvert$
		I_z	I_y	B_z	B_y							m	f	m	f	
2,4	1×10^{-5}	$13{,}5 \times 10^{-4}$	$54{,}0 \times 10^{-4}$	2835	11.540	3543	4,0	532	1063	4253	11.340	5670	2835	1417	886
6,8	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"

Elementos paralelos a O y

$|\widehat{xx}| = 12\,\frac{Bz}{L^3}$; $|\widehat{qx}| = |\widehat{xq}| = 6\,\frac{Bz}{L^2}$; $|\widehat{zp}| = |\widehat{pz}| = 6\,\frac{Bx}{L^2}$; $m|\widehat{pp}| = 4\,\frac{Bx}{L}$; $f|\widehat{pp}| = 2\,\frac{Bx}{L}$; $m|\widehat{qq}| = 4\,\frac{Bz}{L}$; $f|\widehat{qq}| = 2\,\frac{Bz}{L}$; $f|\widehat{rr}| = \frac{C}{L}$

Elementos AB	E	I		B		C	L	$\lvert\widehat{xx}\rvert$	$\lvert\widehat{qx}\rvert$ / $\lvert\widehat{xq}\rvert$	$\lvert\widehat{zp}\rvert$ / $\lvert\widehat{pz}\rvert$	$\lvert\widehat{pp}\rvert$		$\lvert\widehat{qq}\rvert$		$f\lvert\widehat{rr}\rvert$
		I_z	I_x	B_z	B_x							m	f	m	f	
2,6	21×10^{-5}	$13{,}5 \times 10^{-4}$	$54{,}0 \times 10^{-4}$	2835	11.340	3543	4,0	532	1063	4253	11.340	5670	2835	1417	886
4,8	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"

Fig. 81

rotação que flecte o elemento: a rotação r, de eixo paralelo a Oy, flecte os elementos paralelos a Ox e Oz, fazendo intervir os momentos I_y das suas secções, isto é, os momentos de inércia em relação ao eixo de simetria paralelo ao eixo

É agora a altura de chamarmos a atenção para aquilo que nos permitiu dizer que o cálculo das estruturas no espaço, de nós fixos ou simétricos de nós móveis, é muito simples. Repare-se em primeiro lugar que a relaxação angular de

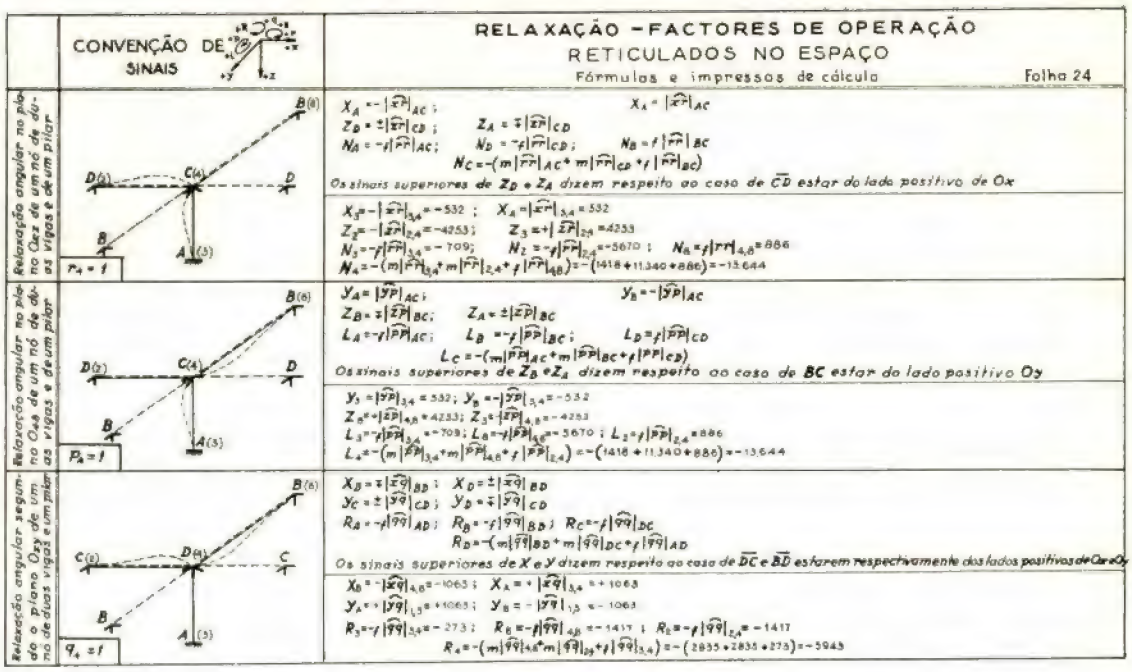


Fig. 82

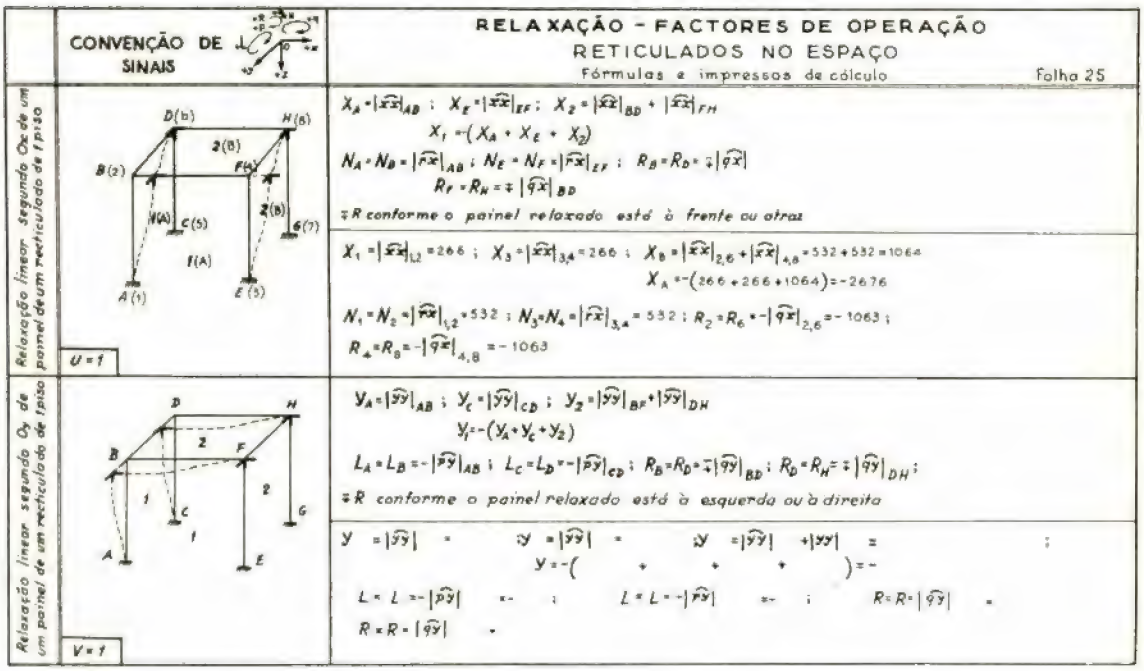


Fig. 83

um nó, por exemplo *r*, só origina momentos *N* qualquer que seja a direcção dos elementos a ele ligados. Se a estrutura é de nós fixos as únicas deformações possíveis são rotações dos nós e, em virtude da conclusão anterior, verificamos que podemos relaxar, separadamente uma das outras, as três sujeições angulares. Quer dizer, no caso da estrutura do 2.º exemplo, fig. 90, em vez de uma relaxação de três incógnitas (N_2, L_2, R_2) teremos na verdade três relaxações de uma incógnita. Se a estrutura é de nós móveis mas simétrica em forma, rigidez e solicitação, há apenas que considerar além das sujeições angulares dos nós, sujeições que impeçam o desloca-

mento linear da estrutura no sentido das forças que a solicitam. Se este sentido é o do eixo Ox, as acções lineares XX sobre os diferentes painéis estão relacionados apenas com as relaxações angulares *rr* e respectivos momentos *NN*. As outras duas relaxações angulares *p* e *q* são não só independentes das anteriores mas também independentes entre si. Assim, no 1.º exemplo que adiante se apresentará os factores de operação e as relaxações são divididos em três grupos, consoante as observações feitas.

Vê-se, portanto, como a relaxação das estruturas no espaço simétricas ou de nós fixos é, na verdade, muito simples.

3.6 — Por último, há que obter os momentos de flexão e de torção, e os esforços transversos instalados nos diferentes elementos da estrutura, a partir das deformações e dos coeficientes de influência respectivos.

As expressões que permitem a construção dos impressos de cálculo destas grandezas, são:

Elementos paralelos a Ox:

Momentos de flexão

Segundo Oz
$$\begin{cases} M_A = -\left|\widehat{qy}\right|_{AB}(V_B - V_A) + {}_m\left|\widehat{qq}\right|_{AB} q_A + {}_f\left|\widehat{qq}\right|_{AB} q_B \\ M_B = -\left|\widehat{qy}\right|_{AB}(V_B - V_A) + {}_m\left|\widehat{qq}\right|_{AB} q_B + {}_f\left|\widehat{qq}\right|_{AB} q_A \end{cases}$$

Segundo Ox
$$\begin{cases} M_A = {}_m\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_A + {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_B \\ M_B = {}_m\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_A + {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_A \end{cases}$$

Momento de torção: $\mathcal{M}_B = {}_f\left|\widehat{pp}\right|_{AB}(p_B - p_A)\ \mathcal{M}_B = -\mathcal{M}_A$

Esforços transversos

Segundo Oz: $Z_B = -\left|\widehat{zn}\right|_{BA}(r_A + r_B) = -Z_A$

Segundo Oy: $Y_B = \left|\widehat{yy}\right|_{AB}(V_B - V_A) - \left|\widehat{yq}\right|(q_A + q_B) = -Y_A$

Elementos paralelos a Oy:

Momentos de flexão

Segundo Oz
$$\begin{cases} M_A = -\left|\widehat{qx}\right|_{AB}(U_B - U_A) + {}_m\left|\widehat{qq}\right|_{AB} q_A + {}_f\left|\widehat{qq}\right|_{AB} q_B \\ M_B = -\left|\widehat{qx}\right|_{AB}(U_B - U_A) + {}_m\left|\widehat{qq}\right|_{AB} q_B + {}_f\left|\widehat{qq}\right|_{AB} q_A \end{cases}$$

Segundo Ox
$$\begin{cases} M_B = {}_m\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_B + {}_f\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_A \\ M_A = {}_m\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_A + {}_f\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_B \end{cases}$$

Momento de torção: $\mathcal{M}_B = {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB}(r_B - r_A) = -\mathcal{M}_A$

Esforços transversos

Segundo Oz: $Z_B = -\left|\widehat{zp}\right|_{AB}(p_A + p_B) = -Z_A$

Segundo Ox: $X_B = \left|\widehat{xx}\right|_{A}(U_B - U_A)\Big| - \left|\widehat{xq}\right|_{AB}(q_A + q_B) = -X_A$

Elementos paralelos a Oz:

Momentos de flexão

Segundo Ox
$$\begin{cases} M_A = -\left|\widehat{py}\right|_{AB}(V_B - V_A) + {}_m\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_A + {}_f\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_B \\ M_B = -\left|\widehat{py}\right|_{AB}(V_B - V_A) + {}_m\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_B + {}_f\left|\widehat{pp}\right|_{AB} p_A \end{cases}$$

Segundo Oy
$$\begin{cases} M_A = -\left|\widehat{rx}\right|_{AB}(U_B - U_A) + {}_m\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_A + {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_B \\ M_B = -\left|\widehat{rx}\right|_{AB}(U_B - U_A) + {}_m\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_B + {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB} r_A \end{cases}$$

Momento de torção: $\mathfrak{M}_B = f\left|\widehat{qq}\right|_{AB}(q_B - q_A) = -\mathfrak{M}_A$

Esforços transversos
$$\begin{cases} \text{Segundo Ox:} \quad X_B = \left|\widehat{xx}\right|_{AB}(U_B - U_A) - \left|\widehat{xr}\right|_{AB}(r_A + r_B) = -X_A \\ \text{Segundo Oy:} \quad Y_B = \left|\widehat{yy}\right|_{AB}(V_B - V_A) - \left|\widehat{yp}\right|_{AB}(p_A + p_B) = -Y_B \end{cases}$$

RELAXAÇÃO – RECTICULADOS NO ESPAÇO
MOMENTOS FLECTORES E ESFORÇOS TRANSVERSOS
ELEMENTOS PARALELOS A DZ
Unidades: Tonelada, metro

Momentos Flectores segundo Ox

Elementos $\overline{AB}$	1 $\lvert\widehat{PS}\rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $m\lvert\widehat{PP}\rvert_{AB}$	4 $f\lvert\widehat{PP}\rvert_{AB}$	5 p_A	6 p_B	7 1x2	8 3x5	9 4x6	10 9+9	11 $\frac{1}{2}$x8	M_A -7+8+9	M_B -7+10+11
$\overline{1,2}$	532	0	1418	709	0	$37{,}7 \cdot 10^{-5}$	0	0	0,27	0,54	0	0,27	0,54
$\overline{3,4}$	532	0	1418	709	0	$37{,}7 \cdot 10^{-5}$	0	0	0,27	0,54	0	0,27	0,54
$\overline{5,6}$	532	0	1418	709	0	$-37{,}7 \cdot 10^{-5}$	0	0	-0,27	-0,54	0	-0,27	-0,54
$\overline{7,8}$	532	0	1418	709	0	$-37{,}7 \cdot 10^{-5}$	0	0	-0,27	-0,54	0	-0,27	-0,54

Momentos Flectores segundo Oy

Elementos $\overline{AB}$	1 $\lvert\widehat{PZ}\rvert_{AB}$	2 $U_B - U_A$	3 $m\lvert\widehat{rr}\rvert_{AB}$	4 $f\lvert\widehat{rr}\rvert_{AB}$	5 r_A	6 r_B	7 1x2	8 3x5	9 4x6	10 9+9	11 $\frac{1}{2}$x8	M_A -7+8+9	M_B -7+10+11
$\overline{1,2}$	532	$189{,}9 \cdot 10^{-5}$	1418	709	0	$43{,}1 \cdot 10^{-5}$	1,01	0	0,31	0,62	0	-0,70	-0,38
$\overline{3,4}$	532	$189{,}9 \cdot 10^{-5}$	1418	709	0	$-32{,}3 \cdot 10^{-5}$	1,01	0	-0,23	-0,46	0	-1,24	-1,47
$\overline{5,6}$	532	$189{,}9 \cdot 10^{-5}$	1418	709	0	$43{,}1 \cdot 10^{-5}$	1,01	0	0,31	0,62	0	-0,31	-0,38
$\overline{7,8}$	532	$189{,}9 \cdot 10^{-5}$	1418	709	0	$-32{,}3 \cdot 10^{-5}$	1,01	0	-0,23	-0,46	0	-1,24	-1,47

Esforços Transversos segundo Ox e Oy

Elementos $\overline{AB}$	1 $\lvert\widehat{xx}\rvert_{AB}$	2 $U_B - U_A$	3 $\lvert\widehat{xr}\rvert_{AB}$	4 $r_A + r_B$	5 $\lvert\widehat{SS}\rvert$	6 $V_B - V_A$	7 $\lvert\widehat{yp}\rvert_{AB}$	8 $p_A + p_B$	9 1x2	10 3x4	11 5x6	12 7x8	X_B 9-10	Y_B 11-12
$\overline{1,2}$	266	$189{,}9 \cdot 10^{-5}$	532	$43{,}1 \cdot 10^{-5}$	266	0	532	$37{,}7 \cdot 10^{-5}$	0,51	0,23	0	0,20	0,28	-0,20
$\overline{3,4}$	266	$189{,}9 \cdot 10^{-5}$	532	$-32{,}3 \cdot 10^{-5}$	266	0	532	$37{,}7 \cdot 10^{-5}$	0,51	-0,17	0	0,20	0,68	-0,20
$\overline{5,6}$	266	$189{,}9 \cdot 10^{-5}$	532	$43{,}1 \cdot 10^{-5}$	266	0	532	$-37{,}7 \cdot 10^{-5}$	0,51	0,23	0	-0,20	0,78	0,20
$\overline{7,8}$	266	$189{,}9 \cdot 10^{-5}$	532	$-32{,}3 \cdot 10^{-5}$	266	0	532	$-37{,}7 \cdot 10^{-5}$	0,51	-0,17	0	-0,20	0,68	0,20

Fig. 84

RELAXAÇÃO – RECTICULADOS NO ESPAÇO
MOMENTOS DE FLEXÃO E ESFORÇOS TRANSVERSOS
ELEMENTOS PARALELOS A O y
Unidades: Tonelada metro

Momentos de flexão segundo Oz

Elementos $\overline{AB}$	1 $\lvert\widehat{qx}\rvert_{AB}$	2 $u_B - u_A$	3 $m\lvert\widehat{qq}\rvert_{AB}$	4 $f\lvert\widehat{qq}\rvert_{AB}$	5 q_A	6 q_B	7 1x2	8 3x5	9 4x6	10 9+9	11 $\frac{1}{2}$x8	M_A -7+8+9	M_B -7+10+11
$\overline{2,8}$	1063	0	2835	1417	$25{,}3 \cdot 10^{-5}$	$-25{,}3 \cdot 10^{-5}$	0	0,72	-0,36	-0,72	0,36	0,36	-0,36
$\overline{4,8}$	1063	0	2835	1417	$25{,}3 \cdot 10^{-5}$	$-25{,}3 \cdot 10^{-5}$	0	0,72	-0,36	-0,72	0,36	0,36	-0,36

Momentos de flexão segundo Ox

Elementos $\overline{AB}$	1 $m\lvert\widehat{pp}\rvert_{AB}$	2 $f\lvert\widehat{pp}\rvert_{AB}$	3 p_A	4 p_B	5 1x3	6 2x4	7 6x6	8 $\frac{1}{2}$x5	M_A 5+6	M_B 7+8
$\overline{2,8}$	11.340	5670	$37{,}7 \cdot 10^{-5}$	$-37{,}7 \cdot 10^{-5}$	4,28	-2,14	-4,28	2,14	2,14	-2,14
$\overline{4,8}$	11.340	5670	$37{,}7 \cdot 10^{-5}$	$-37{,}7 \cdot 10^{-5}$	4,28	-2,14	-4,28	2,14	2,14	-2,14

Esforços Transversos segundo Oz e Ox

Elementos $\overline{AB}$	1 $\lvert\widehat{SS}\rvert_{AB}$	2 $p_A + p_B$	3 $\lvert\widehat{xx}\rvert_{AB}$	4 $u_B - u_A$	5 $\lvert\widehat{xq}\rvert_{AB}$	6 $q_A + q_B$	7 3x4	8 3x6	Z_B -(1x2)	X_B 7-8
$\overline{2,8}$	4253	0	532	0	1063	0	0	0	0	0
$\overline{4,8}$	4253	0	532	0	1063	0	0	0	0	0

Fig. 85

RELAXAÇÃO - RECTICULADOS NO ESPAÇO
MOMENTOS DE FLEXÃO E ESFORÇOS TRANSVERSOS
ELEMENTOS PARALELOS A O x
Unidades: Tonelada, metro

Momentos de flexão segundo Oz

Elementos $\overline{AB}$	1 $\lvert\widehat{\bar{p}}\rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $m\lvert\widehat{\bar{q}}\rvert_{AB}$	4 $\frac{1}{2}\lvert\widehat{\bar{q}}\rvert_{AB}$	5 q_A	6 q_B	7 1x2	8 3x5	9 4x6	10 9+9	11 $\frac{1}{2}$x8	M_A -7+8+9	M_B -7+10+11
$\overline{2,4}$	1063	0	2835	1417	$25,3.10^{-5}$	$25,3.10^{-5}$	0	0,72	0,36	0,72	0,36	1,08	1,08
$\overline{6,8}$	1063	0	2835	1417	$-25,3.10^{-5}$	$-25,3.10^{-5}$	0	-0,72	-0,36	-0,72	-0,36	-1,08	-1,08

Momentos de flexão segundo Oy

Elementos $\overline{AB}$	1 $m\lvert\widehat{\bar{r}}\rvert_{AB}$	2 $\frac{1}{2}\lvert\widehat{\bar{r}}\rvert_{AB}$	3 r_A	4 r_B	5 1x3	6 2x4	7 6x6	8 $\frac{1}{2}$x5	M_A 5+6	M_B 7+8
$\overline{2,4}$	11 340	5670	$43,1.10^{-5}$	$-32,3.10^{-5}$	4,89	-1,83	-3,66	2,44	3,06	-1,22
$\overline{6,8}$	11 340	5670	$43,1.10^{-5}$	$-32,3.10^{-5}$	4,89	-1,83	-3,66	2,44	3,06	-1,22

Esforços Transversos segundo Oz e Ox

Elementos $\overline{AB}$	1 $\lvert\widehat{\bar{r}}\rvert_{AB}$	2 $r_A - r_B$	3 $\lvert\widehat{\bar{s}}\rvert_{AB}$	4 $V_B - V_A$	5 $\lvert\widehat{\bar{q}}\rvert_{AB}$	6 $q_A + q_B$	7 3x4	8 5x6	Z_B -(1x2)	J_B 7-8
$\overline{2,4}$	4253	$10,8.10^{-5}$	532	0	1063	$50,6.10^{-5}$	0	0,54	-0,46	-0,54
$\overline{6,8}$	4253	$10,8.10^{-5}$	532	0	1063	$-50,6.10^{-5}$	0	-0,54	-0,46	0,54

Fig. 86

RELAXAÇÃO RECTICULADOS NO ESPAÇO
MOMENTOS DE TORÇÃO
Unidades: Tonelada, metro

	Elementos $\overline{AB}$	1 $\frac{1}{2}\lvert\widehat{\bar{p}}\rvert_{AB}$	2 $p_B - p_A$	3 $\frac{1}{2}\lvert\widehat{\bar{r}}\rvert_{AB}$	4 $r_B - r_A$	5 $\frac{1}{2}\lvert\widehat{\bar{q}}\rvert_{AB}$	6 $q_B - q_A$	M_B 1x2	3x4	5x6
Elementos Paralelos a Ox	$\overline{2,4}$	886	0	—	—	—	—	0	—	—
	$\overline{6,8}$	886	0					0		
Elementos Paralelos a Oy	$\overline{2,6}$	—	—	886	0	—	—	—	0	—
	$\overline{4,8}$			886	0				0	
Elementos Paralelos a Oz	$\overline{1,2}$	—	—	—	—	273	$25,5.10^{-5}$	—	—	0,07
	$\overline{3,4}$					273	$25,5.10^{-5}$			0,07
	$\overline{5,6}$					273	$-25,5.10^{-5}$			-0,07
	$\overline{7,8}$					273	$-25,5.10^{-5}$			-0,07

Fig. 87

Como se vê, à medida que as estruturas se vão complicando o formulário vai sendo mais extenso e os cálculos mais demorados. No entanto a dificuldade intrínseca destes de pouco aumenta, pois que se continua a sistematizar o método de forma a deixar apenas ao bom critério do engenheiro a operação da relaxação. É isto uma das grandes vantagens deste método que só por si o recomenda.

As figs 84, 85, 86 e 87 apresentam os impressos de cálculo dos momentos de flexão, dos esforços transversos respectivos e dos momentos de torção; estão preenchidos com os valores referentes à estrutura que a seguir se calcula.

3.7 — Apresentamos por último dois exemplos que muito ajudarão a compreender o que se acabou de expor.

1.º Exemplo:

Seja a estrutura simétrica da fig. 88. Na figura 89 apresentam-se as acções de encastramento. As vigas têm a secção de 0,60 × 0,30 e os pilares de 0,30 × 0,30; a rigidez de torção é, res-

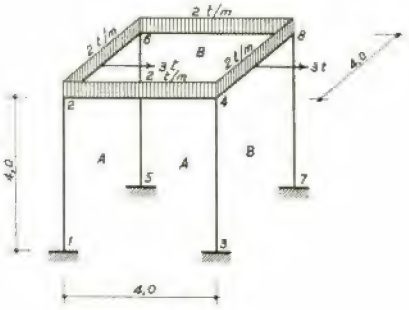


Fig. 88

pectivamente, 3543 e 1091. Com estes valores e os diferentes momentos de inércia calculam-se os coeficientes de influência de todos os elementos da estrutura, fig. 81. Os factores de operação são obtidos nos impressos das folhas de cálculo respectivas, figs 82 e 83, e com eles se forma o Quadro LXXXIX dos factores de operação. A relaxação é feita no Quadro XC, compõe-se de três partes distintas e é muito simples; as três equações auxiliares permitem que apenas se gaste cerca de meia hora em realizar esta operação. Como o cálculo restante se reduz ao preenchimento de impressos, figs. 84, 85, 86 e 87, pode-se na verdade afirmar que a relaxação sim-

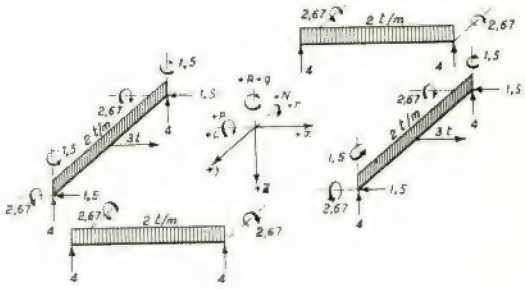


Fig. 89

plifica extraordinàriamente o cálculo das estruturas no espaço, em especial o das estruturas simétricas e o das estruturas de nós fixos como do 2.º exemplo também se concluirá.

Na fig. 90 apresentam-se as acções finais, instalada nos extremos de cada elemento, resultantes da sobreposição dos valores obtidos e das acções de encastramento.

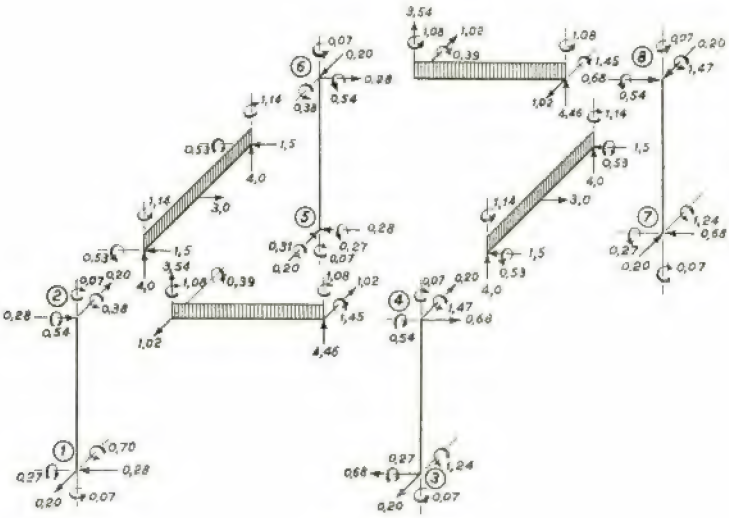


Fig. 90

2.º Exemplo

Seja a estrutura de nós fixos, fig. 91. Os seus elementos têm as mesmas secções do exemplo anterior. Apenas se apresentam os Quadros XCI e XCII dos factores de operação e da relaxação,

QUADRO LXXXIX — Factores de operação

Unidades: Tonelada, metro

	Tipo	1 N_2	2 N_4	3 N_6	4 N_8	5 X_A	6 X_B	7 L_2	8 L_4	9 L_6	10 L_8	11 R_2	12 R_4	13 R_6	14 R_8
1	$r_2 = +1$	−13.644	− 5670	886	0	532	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	$r_4 = -1$	5670	13.644	0	− 886	− 532	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	$r_6 = +1$	886	0	−13.644	− 5670	0	532	0	0	0	0	0	0	0	0
4	$r_8 = -1$	0	− 886	5670	−13.644	0	− 532	0	0	0	0	0	0	0	0
5	$U_A = +1$	532	532	0	0	− 2676	1064	0	0	0	0	0	− 1063	0	− 1063
6	$U_B = +1$	0	0	532	532	1064	− 2676	0	0	0	0	0	1063	0	1063
6'	$U_A = U_B = +1$	532	532	532	532	− 1612	− 1612	0	0	0	0	0	0	0	0
6''	$r_2 = r_6 = +1$	−12.758	− 5670	−12.758	− 5670	532	532	0	0	0	0	0	0	0	0
6'''	$r_6 = r_8 = -1$	5670	12.758	5670	12758	− 532	− 532	0	0	0	0	0	0	0	0
7	$p_2 = +1$	0	0	0	0	0	0	−13 644	886	− 5670	0	0	0	0	0
8	$p_4 = +1$	0	0	0	0	0	0	886	−13.644	0	− 5670	0	0	0	0
9	$p_6 = -1$	0	0	0	0	0	0	5670	0	13.644	− 886	0	0	0	0
10	$p_8 = -1$	0	0	0	0	0	0	0	5670	− 886	13.644	0	0	0	0
10'	$p_2 = p_4 = +1$	0	0	0	0	0	0	−12.758	−12.758	− 5670	− 5670	0	0	0	0
10''	$p_6 = p_8 = -1$	0	0	0	0	0	0	5670	5670	12.758	12.758	0	0	0	0
11	$q_2 = +1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	− 5943	− 1417	− 1417	0
12	$q_4 = +1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	− 1417	− 5943	0	− 1417
13	$q_6 = -1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1417	0	5943	1417
14	$q_8 = -1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1417	1417	5943
14'	$q_2 = q_4 = +1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	− 7360	− 7360	− 1417	− 1417
14''	$q_6 = q_8 = -1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1417	1417	7360	7360

QUADRO XC — Relaxação

Unidades: Tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação	1 N_2	2 N_4	3 N_6	4 N_8	5 X_A	6 X_B	7 L_2	8 L_4	9 L_6	10 L_8	11 R_2	12 R_4	13 R_6	14 R_8
6'	0,001861	2,67 0,99	−2,67 0,99	2,67 0,99	−2,67 0,99	3,0 −3,0	3,0 −3,0	2,67 0	2,67 0	−2,67 0	−2,67 0	1,50 0	1,50 0	−1,50 0	−1,50 0
6''	0,000431	3,66 −5,50	−1,68 −2,44	3,66 −5,50	−1,68 −2,44	0 0,23	0 0,23	2,67 0	2,67 0	−2,67 0	−2,67 0	1,50 0	1,50 0	−1,50 0	−1,50 0
6'''	0,000323	−1,84 1,84	−4,12 4,12	−1,84 1,84	−4,12 4,12	0,23 −0,17	0,23 −0,17	2,67 0	2,67 0	−2,67 0	−2,67 0	1,50 0	1,50 0	−1,50 0	−1,50 0
6'	0,000038	0 0,02	0 0,02	0 0,02	0 0,02	0,06 −0,06	0,06 −0,06	2,67 0	2,67 0	−2,67 0	−2,67 0	1,50 0	1,50 0	−1,50 0	−1,50 0
10'	0,000377	0,02 0	0,02 0	0,02 0	0,02 0	0 0	0 0	2,67 −4,81	2,67 −4,81	−2,67 −2,13	−2,67 −2,13	1,50 0	1,50 0	−1,50 0	−1,50 0
10''	0,000377	0,02 0	0,02 0	0,02 0	0,02 0	0 0	0 0	−2,14 2,14	−2,14 2,14	−4,80 4,80	−4,80 4,80	1,50 0	1,50 0	−1,50 0	−1,50 0
14'	0,000253	0,02 0	0,02 0	0,02 0	0,02 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	1,50 −1,86	1,50 −1,86	−1,50 −0,36	−1,50 −0,36
14''	0,000253	0,02 0	0,02 0	0,02 0	0,02 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	−0,36 0,36	−0,36 0,36	−1,86 1,86	−1,86 1,86
		0,02	0,02	0,02	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Equações auxiliares:

1) $3{,}66 - 12\,758\ x + (1{,}68 + 5670\ x)\dfrac{5670}{12.758} = 0 \therefore x = 0{,}000431$

2) $2{,}67 - 12.758\ x + (2{,}67 + 5670\ x)\dfrac{5670}{12.758} = 0 \therefore x = 0{,}000377$

3) $1{,}50 - 7360\ x + (1{,}50 + 1417\ x)\dfrac{1417}{7360} = 0 \therefore x = 0{,}000253$

Deformações totais

$r_2 = r_6 = (6'') = 0{,}000431$ rad.

$r_4 = r_8 = (6''') = -0{,}000323$ rad.

$U_A = U_B = (6') = 0{,}001899$ m

$P_2 = p_4 = (10') = 0{,}000377$

$P_6 = p_8 = (10'') = -0{,}000377$

$q_2 = q_4 = (14') = 0{,}000253$

$q_6 = q_8 = (14'') = -0{,}000253$

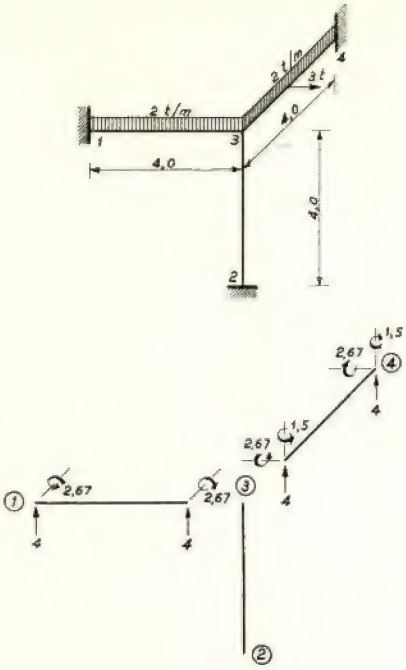


Fig. 91

QUADRO XCI — Factores de operação

Unidades: Tonelada, metro

	Tipo	1 N_3	2 L_3	3 R_3
1	$r_3 = -1$	13.644	0	0
2	$p_3 = +1$	0	— 13.644	0
3	$q_3 = +1$	0	0	— 5943

QUADRO XCII — Relaxação

Unidades: Tonelada, metro

	Valor da relaxação	1 N_3	2 L_3	3 R_3
1	0,000196	— 2,67 2,67	2,67 0	1,50 0
2	0,000196	0 0	2,67 — 2,67	1.50 0
3	0,000252	0 0	0 0	1,50 — 1.50
		0	0	0

Deformações totais:

$r_3 = -0{,}000196$

$p_3 = 0{,}000196$

$q_3 = 0{,}000252$

únicos que interessa mostrar para que seja bem realçada a extrema simplicidade do cálculo.

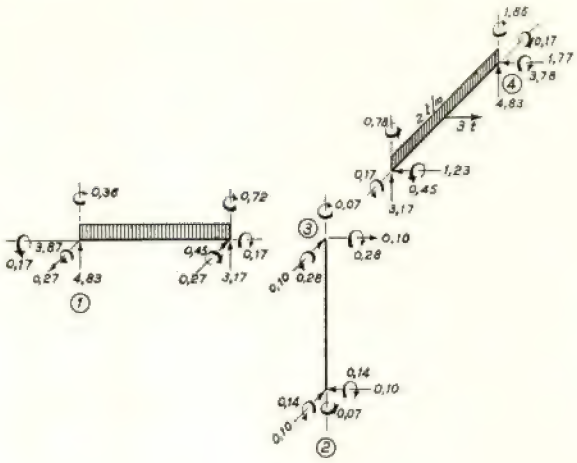


Fig. 92

Na fig. 92 estão indicadas as acções finais instaladas nos nós e apoios da estrutura.

Conclusão

Ao terminar a exposição que fizemos não podemos deixar de vincar que foi a leitura do livro do Prof. Southwell, «Relaxation Methods in Engineering Science», que nos permitiu estudar os fundamentos do método de relaxação e nos fez aperceber da sua fácil e proveitosa aplicação.

Não sabemos a razão porque este método de cálculo não teve até agora o sucesso e a vulgarização de que é merecedor. É bem certo que o seu ilustre autor o apresentou sem uma feição prática e uma conveniente sistematização que o tornasse susceptível de se «bater» com o método de Cross e assim interessar os técnicos na sua aplicação. Como é sabido, estes têm quase sempre relutância em abandonar os seus processos habituais de cálculo e só o farão quando lhes for mostrado haver nítida vantagem nisso.

O método de relaxação merece, na verdade, uma mais larga divulgação pois possui aquelas vantagens que interessam sempre os técnicos: simplicidade, rapidez, certeza. Ressalta, tal como o apresentámos, que só a operação de relaxação exige, para ser bem e ràpidamente executada, a presença do engenheiro; todo o cálculo restante pode ser efectuado por auxiliares visto se reduzir a simples preenchimentos de impressos.

Frizou-se no decorrer deste trabalho que a aplicação deste método depende da formação dos factores de operação. Uma vez obtidas as respectivas folhas de cálculo, só é exigido o conhecimento das quatro operações aritméticas, quer se trate de estruturas planas quer no espaço, de elementos normais ou inclinados. Sendo assim, cada folha que se forme e se publique é mais um tipo de estrutura cujo cálculo simples fica ao alcance de todos.

Convém ainda dizer que, ao contrário do que sucede no método de Cross, o facto de um nó estar em equilíbrio de rotação corresponde à certeza de que a solução encontrada é a exacta. De facto, estes momentos obtêm-se impondo às extremidades de todos os elementos que concorrem num nó, as mesmas deformações, o que corresponde a garantir-se a outra condição de equilíbrio de uma estrutura: a continuidade da sua deformada.

E, por último, termina-se como se começou: o método de relaxação possui a grande vantagem de fornecer as deformações da estrutura que se calcula na sequência normal do seu desenvolvimento; nunca será demais insistir no interesse que o engenheiro tem neste conhecimento.

BIBLIOTECA

REFERÊNCIAS SOBRE LIVROS RECEBIDOS

C. D. 621.65/69

Bombas — Manual para Escuelas de Ingenieros — Matthiessen — Fuchslocher — Editorial Labor — 211 págs.

Esta obra trata fundamentalmente de dois tipos de bombas: bombas de movimento alternativo e bombas centrífugas. Embora faça para qualquer destes tipos uma explicação pormenorizada de funcionamento, como compete a um livro de texto que pretende ser, não desenvolve em profundidade a teoria das bombas. De resto, está orientada principalmente no sentido da estruturação mecânica das bombas, dedicando-se, acima de tudo, ao estudo e enumeração dos seus detalhes de construção. Os cálculos obedecem aos processos clássicos, mas estão submetidos a uma esquematização que facilita bastante a sua consulta. O livro não se limita a apresentar uma norma geral de cálculo, este faz-se seguir dum exemplo prático muito completo. Uma referência em particular para o exemplo de cálculo de uma bomba centrífuga que possui uma propriedade rara em exemplos desta natureza: a possibilidade de generalização. No capítulo das bombas centrífugas há ainda outro assunto tratado com cuidado, o dos cursos característicos que, sem ser profundo, deixa as ideias claras.

Alguns capítulos têm pouco interesse, como os que tratam da mise-en-marche e regulação das bombas, apenas com referências superficiais, ou os que se dedicam à enumeração dos diferentes tipos de bombas que existem, sem estudar particularmente cada um deles. A obra termina com referências muito resumidas e pouco elucidativas sobre bombas de ar ou de vapor sob pressão (por exemplo, pulsómetro ou ejectores).

A. C.

C. D. 651.71

Manual 2 — DIN — Normas de dibujo — 1.ª edição espanhola, tradução autorizada por DNA, 1954.
Editorial Balzola — Bilbao.

As normas de desenho que figuraram no manual DIN I passaram a constituir o manual DIN 2, para permitir a inclusão naquele de um certo número de normas fundamentais da técnica mecânica.

Neste pequeno manual apresentam-se as normas sobre os tipos de letra, formatos de papel, listas de peças, projecção axonométrica, representação de vistas e cortes, etc., etc., constituindo um auxiliar precioso para quem desenha.

REVISTAS RECEBIDAS

	C. D.
Acta Technica, vol. 8, n.os 1, 2, 3, 4	62
Actividade Económica de Angola, n.º 34-35	31:38
Aeroplane (The), n.os 2206-2212, 2224-2238, 2242	629.13
Agronomia Lusitana, n.os 3, 4, 1953	62
Agros, n.os 4-5, 6, 1954	63
Aircraft Engineering, n.os 298, 299 e 301 a 304	629.13
Anais do Clube Militar Naval, n.os 10-12, 1953; n.os 1, 2, 3, 1954	623
Anais da Faculdade de Farmácia do Porto, vol. 13, 1953	615
Anales de Mecanica y Electricidad, n.º 6, 1953; n.os 1, 2, 3, 1654	621
Análise, n.os 38, 39	016:53/54+62
Arcos, n.º 129	621.79.052
Arquitecto Constructor (El), n.os 739-734	72
Arquitectura Portuguesa (A), n.º 5	72
ASEA Journal, n.os 11, 12, 1953; n.os 1, 2, 3, 4, 1954	621.3
Bakelite Review, Janeiro, Abril, 1954	679.56
Boletim da Academia das Ciências de Lisboa, Out.-Dez., 1953	06 (469 Lisboa)
Boletim de Ciências Económicas, n.º 2, 1953	33
Bol. Cultural da Guiné Portuguesa, n.os 29 a 31	7/8(665.8)
Boletim da Junta Nac. da Cortiça, n.os 148 a 187	634.985.5
Boletim Mensal de Estatística de Angola, n.os 11 a 12, 1953; n.os 1, 2, 1954	31
Boletim Mensal de Informação «Laboratório de Engenharia Civil», n.os 58 a 63	025.45:016:62 + 66/69
Bol. da Ordem dos Engenheiros, n.º 4 a 14 1954	62+66
Boletim do Porto de Lisboa, n.os 36 a 40	627
Boletim da Sociedade de Estudos de Moçambique, n.os 82, 83, 84	7+8+9 (679)
Bol. da Soc. de Geografia de Lisboa, n.os 10, 11, 12, 1953, n.os 1-3, 1954	910
Boletim da Sociedade Geológica de Portugal, vol. 10, n.os 1, 2, 3; n.º 1, 1954	55
Brotéria, n.os 3 a 7, 1954	1/3+7/8
Building Digest, n.os 2, a 7, 1954	72
Bulletin du Congrès des Chemins de Fer, n.os 2 a 7, 1954	385
Bulletin Oerlikon, n.os 300, 301	621.3
Bulletin Technique de la Suisse Romande, n.os 3-12, 14, 1954	624/628 + 72

C. D.

Cemento y Hormigón, n.os 239 a 242 669
Chronique des Mines Coloniales (La), n.os 212, 213 e 215 622
Ciencia y Tecnica, n.os 204, 205, 206 . . . . 62+66/69
Cimento e Concreto n.os 68, 69 . . . . . 666.94:691.5
Civil Engineering, n.os 572 a 576 . . . . . 624/628
Compressed Air Magazine, n.os 2 a 5, 1954 . . . 621.5
Comunicações dos Serviços Geológicos de Portugal, tomo 34 . . . . . 55(469)
Dyna, n.os 1 a 6, 1954 . . . . . 62+66/69
Economia e Finanças (Anais do I. S. C. E. F.), vol. 21, 1953 . . . . . 330(05):378
Electrical Communication, n.º 4, 1953; n.º 1, 1954 621.39
Electricité, n.os 201 a 206 . . . . . 621.3
Energie, n.os 121, 122 . . . . . 621.3
Engenharia (Brasil), n.º 134 . . . . . 62/69
Engenheiro Westinghouse (O), n.os 2 a 4, 6 a 8, 1954 621.3
Engineering, n.os 4594-4601, 4603-4607, 4609, 4611-4614, 4616 . . . . . 62+66/69
Esso Air World, vol. 6, n.os 4, 5, 6 . . . . . 629.13
Esso Oilways, vol. 6, n.os 2, 3, 4 . . . . . 662.6/9
Estatística Industrial, 1952 . . . . . 31:338
Estudos (C. A. D. C.), n.os 322, 326 . . . . . 1/2+8
Excavating Engineer, 2 a 6, 1954 . . . . . 624.13
Flying Red Horse (The), n.º 4, 1953; n.º 1, 1954 665
Gazeta dos Caminhos de Ferro, n.os 1588 a 1598 385
Gazeta de Física, vol. 3, n.º 1 53
Gazeta de Matemática, n.os 56, 57 51
Houille Blanche (La), n.os 1, 2, A, 1954 . . . . 626/627
Indústria do Norte (A), n.os 409 a 413 . . . . . 62/69
Indústria Portuguesa, n.os 311, 313 a 315 . . . . 62/69
Industrie Plastiques Modernes, n.os 2 a 5, 7, 1954 679.5
Informaciones Iram, n.os 1, 2, 1954 . . . . . 389.6
Informes de la Construccion, n.os 55, 57 a 62 624/628
Ion, n.os 150 a 155 66
Memórias e Notícias n.os 33, 34, 35, 36 55
Metallurgia, n.os 292 a 296 669
Metallurgia Italiana (La), n.os 1 a 10, 1954 669

C. D.

Ossature Metalique (L'), n.os 1 a 8, 1954 . . . 624.014
Philips Industrie, n.os 19, 20, 21 . . . . . 621.3
Proceedings of the Institution of Electrical Engineers (The), n.os 128, 129, 130 . . . . . 621.3
Recherche Aeronautique (La), n.os 37, 38, 39 629.13
Relatório da Administração Geral do Porto de Lisboa, 1952 — I 31:351.82
Repartidor Nacional de Cargas (Estatística Mensal), n.os 11, 12, 1953; 1 a 5, 1954 . . . . . 621.311.15/9
Revista de Artilharia, n.os 343-44, 345-46, 347-48 623
Revista de Caminos, n.º 4, 1953 625
Revista Danfoss, n.º 4, 1953 . . . . . 621(05)
Revista de Economia, n.º 4, 1953; n.º 1, 1954 . . . 3
Revista Electrotécnica, n.os 10, 11, 12, 1953 . . 621.39
Revista da Escola de Minas, n.os 2, 3, 1953 . . . 621/2
Revista da Faculdade de Engenharia do Porto, n.º 2, 1953 . . . . . 62+66/69
Revista Industrial y Fabril, n.º 88 a 91 . . 62+66/69
Rev. Municipal de Engenharia, n.os 2, 3, 1953 624/628
Revista de Obras Públicas, n.os 2866 a 2870 624/628
Revista do Sindicato N. dos Engenheiros Auxiliares e Agentes Técnicos de Engenharia, n.os 88, 89 62+66/69
Revue ACEC, n.os 3, 4, 1953 . . . . . 621.3
Revue L'Air Liquide, n.º 4 . . . . . 621.791.7
Revue Brown Boveri, n.os 5 a 10, 1953 . . . . 621.3
Revue d'Électricité et de Mécanique, n.os 96, 97 621
Revue du Nickel, n.º 1, 2, 1954 . . . . . 669.24
Revue de Sondure Électrique, n.º 22 . . . 621.791.7
Revue Technique Sulzer, n.º 1, 2, 3, 1953 . . . 621.3
Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali, n.º 6, 1953; n.º 1, 1954 . . . . . 526(45)
Science et Vie, n.os 429 a 440 . . . . . 5+6
Seara Nova, 1281-82, 1283-44, 1285-86, 1287-88 3+7/8
Siemens Review, n.os 1, 2, 1954 . . . . . 621.3
Suíça Técnica, n.º 2, 1953; n.º 1, 1954 . . . 62+66/69
Technique Moderne-Construction (La), n.os 2, 3, 4, 5, 6, 1954 . . . . . 624/628
Urbanisme, n.os 31 a 34 711
Vértice, n.os 125 a 129 . . . . . 1/3+7/8

FICHEIRO

Classificadores responsáveis:

Carlos Nogueira Martins, Fernando Eduardo Rebelo Simões, João Pedro Antunes Gomes e João Armando Costa Marques.

Recortar as indicações bibliográficas que formam uma ficha e estão encimadas por C. D. *(classificação decimal)*.

Colar cada referência num pequeno rectângulo de cartolina com 75 × 125 mm..

Ordenar pelos índices decimais, *começando da esquerda para a direita*, independentemente do número de algarismos que o índice contiver.

Consultar, em casos duvidosos, a exemplificação inserida na «Técnica» n.º 218 e seguintes, ou recorrer à Biblioteca da A. E. I. S. T..

Notar que a inserção das fichas nesta publicação respeita a ordem correcta, no intuito de a esclarecer o mais possível.

A comodidade de possuir no próprio local de trabalho um arquivo ordenado e de fácil consulta sobre assuntos que se sabe onde existem, é uma das evidentes vantagens de um ficheiro de Classificação Decimal.

Os assuntos de que estas fichas são referência ficam patentes à consulta a partir desta data.

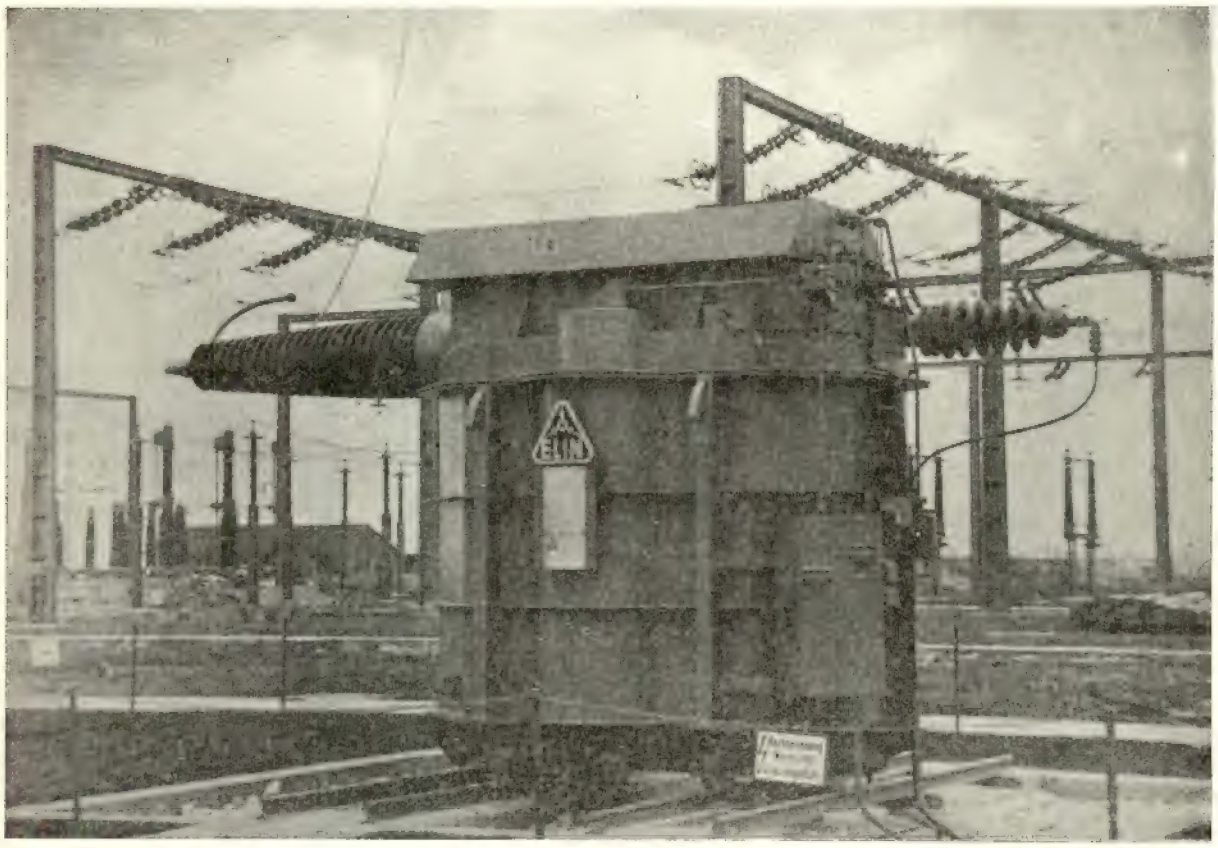
ELIN

AKTIENGESELLSCHAFT FUR ELEKTRISCHE INDUSTRIE

VIENA — ÁUSTRIA

Fabricantes e instaladores de:

Equipamentos eléctricos para alta e baixa tensão — Geradores — Redes de distribuição de energia — Centrais térmicas e hidroeléctricas — Transformadores — Motores — Disjuntores — Arrancadores — Equipamentos de soldadura manual e automática — Material para tracção eléctrica — Material para iluminação — Rectificadores de mercúrio



Bobina de impedância, sistema Petersen, para uma tensão entre condutores 220.000 V, 50 ciclos, corrente nominal da bobina 150 A, instalado numa estação de transformação na área de Viena, Áustria

REPRESENTANTES:

SOC. COM. CROCKER DELAFORCE & C.ª, S. A. R. L.

Rua D. João V, 2-2.º — LISBOA

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. 681.1

Regulación automática de procesos industriales. VII — Teoria de la regulación — *V. Llooet.*
Ion, 2-954, vol. 14, n.º 151, pág. 80-6.

C. D. 691.32 : 620.111

Un nuevo método para medir el estado y calidad de hormigón — *H A. Harvey.*
Informes de la Construccion, 12-953, n.º 56.

C. D. 691.55

Gypsum into plaster — And its uses in building.
Building Materials Digest, 4-954, vol. 14, n.º 4, pág. 124.

C. D. 691.327 — 11

Teoria del fraguado, retracción y deformacion lenta de morteros y hormigones — *E. Freyssinet.*
Hormigon y Acero, 6-934, n.º 2, pág. 49; 7-934, n.º 3 pág. 111; 8-934, n.º 4, pág. 159; 9-934, n.º 5, pág. 223.

C. D. 691.327 — 127

Lightweight concrete —
I — Description of types
II — Applications — *A. W. Hill.*
Building Materials Digest, 2-954, vol. 14, n.º 1, pág. 43; 3-954, vol. 14, n.º 3, pág. 79.

C. D. 691.327 — 127

El hormigón ligero en Suecia — *G. A. Rychner.*
Informes de la Construccion, 12-953, n.º 56.

C. D. 691.327.216

The effect ef detergents on concrete strength — *C. J. Macfartane.*
Civil Engineering, and Public Works Review, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 59.

C. D. 691.735.771

Aluminium alloys in civil engineering — Part 7 — *D. V. Pike.*
Civil Engineering and Public Works Review, 2-954 vol. 49, n.º 572, pág. 171.

C. D. 693.96

El empleo de cristales de reflexión total en las construcciones de hormigón armado.
Hormigón y Acero, 8-954, n.º 4, pág. 145.

C. D. 693.451.32

Precast concrete panels speed ve wall construction — *H. W. Perry.*
Building Materials Digest, 3-954, vol. 14, n.º 4, pág. 88.

C. D. 693.554

Dispositivo para el pretensado y su empleo en la construcción de puentes y edificios — *Fritz Leonhardt.*
Informes de la Construccion, 2-954, n.º 58.

C. D. 693.556.4

Abuses of the concrete vibrator.
Building Materials Digest, 3-954, vol. 14, n.º 3, pág. 98.

C. D. 694.2

A way to pin wood to wood.
Building Materials Digest, 2-954, vol. 14, n.º 2, pág. 49.

C. D. 697

Instalaciones del edificio de Costillares — *Jose Laorden.*
Informes de la Construccion, 2-94, n.º 58.

C. D. 697.38

Ducted air warning — Classical principle has modern uses.
Building Materials Digest, 2-954, vol. 14, n.º 2, pág. 69.

C. D. 699.81.014.2

Frotección de estructuras metálicas contra incendios.
Informes de la Construccion, 1-954, n.º 57.

C. D. 711 (73)

Urbanisme — New-York. La région et la ville.
Urbanisme, n.º 31-32, pág. 311.

C. D. 725.1

Nueva sede de la UNESCO en Paris.
Informes de la Construccion, 2-954, n.º 58.

C. D. 725.4

Nelsa — Industria Electrónica em Madrid.
Informes de la Construccion, 1-954, n.º 57.

C. D. 725.826

Ampliacion del Estadio de Chamartin.
Informes de la Construccion, 2-954, n.º 58.

C. D. 725.74

Piscina Coberta do Departamento de Esportes do Estado de S. Paulo — *Arq. Icaro de Castro Melo.*
Revista Politécnica, 9 e 12-953, n.º 168, pág. 11.

C. D. 725.822

El teatro de la ópera — *Pedro M Otaño.*
Hormigón y Acero, 6-934, n.º 2, pág. 63.

C. D. 725.24 (494) LAUSANNE

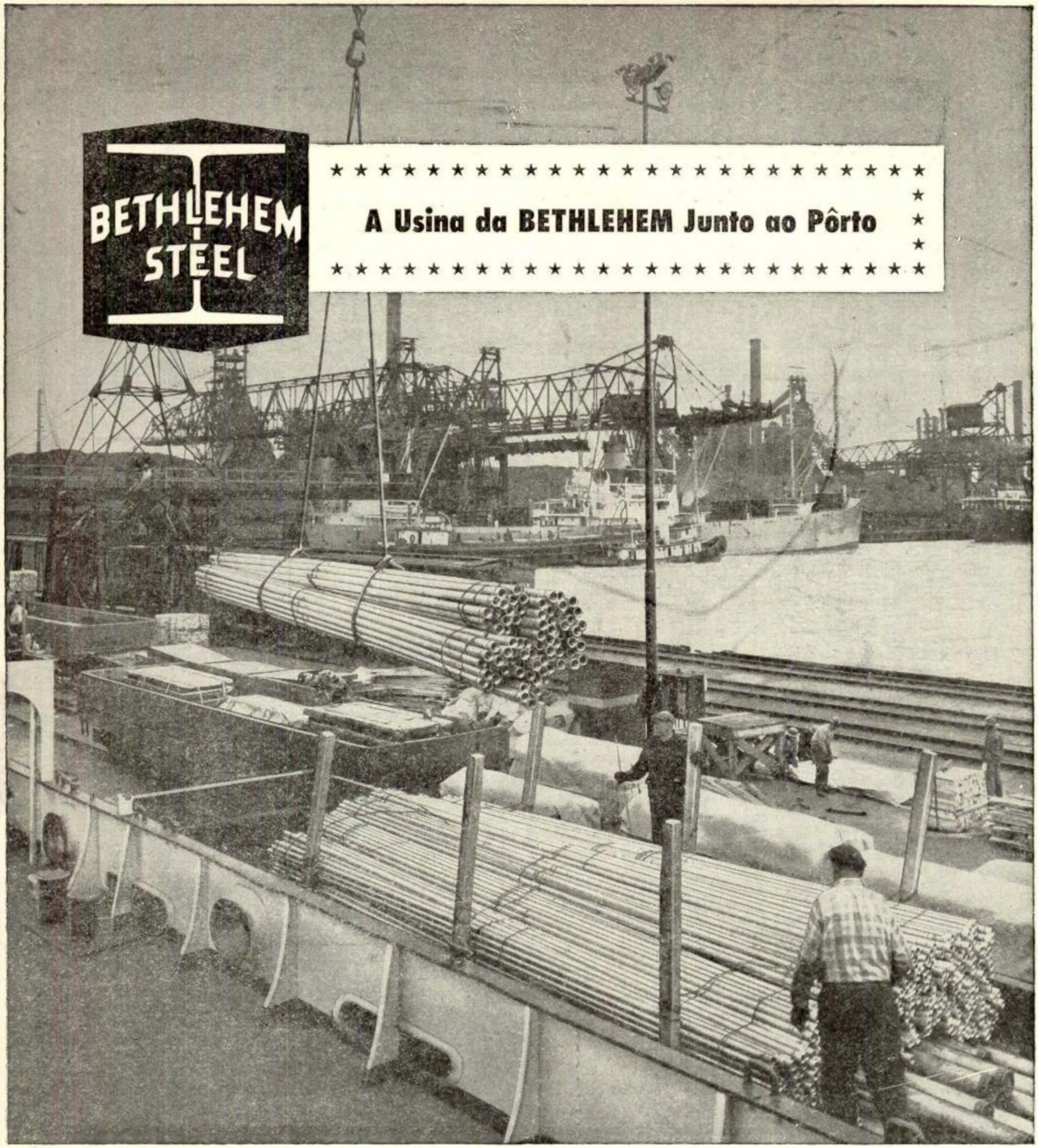
La banca cantonal vandoise en Lausanne.
Informes de la Construcción, 12-952, n.º 46, pág. 145-16.

C. D. 725.39 : 624.9

Estruturas para grandes hangares — *Eng.º José L. Delprini.*
Engenharia, 8-953, vol. 11, n.º 132, pág. 405-409.

C. D. 725.826

El nuevo hipódromo de Madrid (Projectos apresentados a concurso.
Hormigón y Acero, 11-934, n.º 7, pág. 287.



A maior usina siderúrgica do mundo localizada junto a um pôrto marítimo é a da Bethlehem, em Sparrows Point, Baltimore, E.U.A. O carregamento de produtos de exportação nesta usina oferece duas vantagens para o comprador:

Primeira, elimina as demoras devidas a longos transportes terrestres.

Segunda, diminui a possibilidade de avarias, porque simplifica as operações de embarque.

A usina de Sparrows Point há anos atende o mercado exportador. Localizada junto ao mar, pode atender ràpidamente as encomendas—e, assim, economizar dias e até semanas. Bethlehem Steel Export Corporation, 25 Broadway, New York 4, E.U.A. Telegramas: "BETHLEHEM, NEWYORK."

A Bethlehem supre os mercados internacionais de tôdas as formas de aço, inclusive

BARRAS ★ LIGAS ESPECIAIS ★ AÇOS PARA FERRAMENTAS ★ PERFIS PARA ESTRUTURAS ★ CHAPAS ★ FITAS ★ FÔLHA DE FLANDRES ★ TUBOS ★ CABOS DE AÇO ★ VIGAS ★ TRILHOS

Escritoriós e representantes em tôdas as principais cidades do mundo

Em Moçambique: Albino Dias de Carvalho, Lda., Lourenço Marques

806P

C. D. 621.312.001 (46)

La industria eléctrica en España — *José Luis Redonet Maura.*

Dyna, 3-954, vol. 29, n.º 43, págs. 89-108.

C. D. 621.313.322 : 621.316

Estabilidad de sistemas trifásicos interconectados — *Helmat Bauer.*

Dyna, 2+5/954, vol. 29, n.ºs 2 e 5, págs. 61-5+222-9.

Traduzido de Siemens Zeitschrift, Set. 1953.

C. D. 621.314.21

Le premier group transformatenr à 220 kV de la centrale de Laufenbourg — *P. Russenberger.*

Revue Brown Boveri, 9-953, vol. 40, n.º 9, págs. 359.

C. D. 621.315.221 : 669.4 : 599.32 : 595.7

The damage to lead — sheathed cables by rodents and insects — *J. F. Giblin* e *W. T. King.*

The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 5-954, vol. 101, n.º 129, págs. 123-8.

24 refer. bibliog.

C. D. 621.316.5.064.2 : 621.313.12 027.3

Surtensions provoquées par la coupure de moteurs à haute tension — *P. Baltensperger* e *H. Meyer.*

Revue Brown Boveri, 9-953, vol. 40, n.º 9, págs. 342-9.

8 refer. bibliog.

C. D. 621.316.722.078 : 621.314.635

Régulateur automatique combiné pour le réglage de la tension de redresseurs — *Paul Lauper.*

Bulletin Oerlikon, 12-953, n.º 301, págs. 97-101.

C. D. 621.317.755 : 621.3 012.1

A method of displaying vectors on a cathode — ray tube — *E. B. Laithwaite, C. Corwell* e *W. G. Phillips.*

The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 5-954, vol. 101, n.º 129, págs. 140-4.

C. D. 621.313.322 — 82

The tasan generator — *T. Strömberg.*

ASEA Journal, 3-954, vol. 27, n.º 3, págs 44-9.

C. D. 621.331.025 1

Succès des Ateliers de Construction Oerlikon dans le domaine de la traction par courant monophasé 50 Kz — *L. H. Leyvraz.*

Bulletin Oerlikon, 12-953, n.º 301, págs. 77-97.

C. D. 621.335.42 (494)

La nouvelle automotrice à adhérance et à crémaillère du chemin de fer de montagne Rorschach — Heiden — *E. Isler.*

Revue Brown Boveri, 9-953, vol. 40, n.º 9, págs. 350-4.

C. D. 621.383

Celula fotoelectrica — *Ramón de Lucas.*

Dyna, 2-954, vol. 29, n.º 2, págs. 55-60.

C. D. 621.384.62 : 615.849

An 8 — me V linear accelerator for X — ray therapy — *C. W. Miller.*

The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 7-954, vol. 101, n.º 130, págs. 207-222.

31 refer. bibliog.

C. D. 621.385.38

Thyratrons pour utilisations industrielles — *R. Hübner.*

9-953, vol. 40, n.º 9, págs. 354-7.

C. D. 621.394/5

Telephony and Telegraphy — *L. H. Harris.*

The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 5-954, vol. 101, n.º 129, pág. 83-92.

100 refer. bibliog.

C. D. 621.395.44 — 213.5

The British post office standard submerged — repeater system for shallow-water cables, with special mentim of the england — Netherlands System — *D. C. Walker.*

The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 7-954, vol. 110, n.º 130, págs. 190-203.

14 refer. biliog.

C. D. 621.395.44 : 621.395.64 (492 : 489)

The netherlands — deumart submerged — repeater system — *A. H. Roche* e *F. O. Roe.*

The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 7-954, vol. 101, n.º 130, págs. 180-9.

C. D. 621.395.64 — 213.5

Submerged telephone repeaters the shallow water — *R. J. Halsey* e *F. C. Wright.*

The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 7-954, vol. 101, n.º 130, págs. 167-79.

24 refer. bibliog.

C. D. 621 395.64 : 621.395.44 (492 : 489)

The Netherlands — Denmark submerged — repeater system — *A. H. Roche* e *F. O. Roe.*

The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 7-954, vol. 101, n.º 130, págs. 180-9.

C. D. 621.395 : 621.394

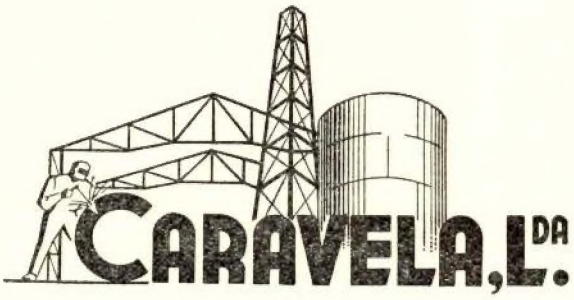
Telephony and telegraphy — *L. H. Harris.*

The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 5-954, vol. 101, n.º 129, págs. 83-92.

100 refer. biliog.

Vista da nave das máquinas das instalações da Lusalite em África
Executada pela Fábrica Metalúrgica e Construtora CARAVELA, LTD.ª (Antiga OMES)

FÁBRICA METALURGICA E CONSTRUTORA



Nesta oficina executam-se também outros trabalhos; como:

Reservatórios, estruturas metálicas para aparelhos de elevação, postes metálicos, condutas metálicas, pontes metálicas, etc.

Sede: Avenida Infante D. Henrique — Talhão 10 — LISBOA

Telef. 399008 / 399480

C. D. 621.396.71

Quelques considérations sur les problèmes de qualité des emetteurs — *H. Neck.*
Revue Brown Boveri, 10-953, vol. 40, n.º 10, págs. 395-400

C. D. 621.396.71 — 712

Le refroidissement par l'air des émetters de moyemme et grande puissance — *W. Klein.*
Revue Brown Boveri, 10-953, vol 40, n.º 10, págs. 401-6.

C. D. 621.396.712 (493)

Aperçu historique concernant le Centre d'Émission de l'Institut National Belge de Radiodiffusion à Wavre--Overijse — *M. van Hooland* e *E. Camponovo.*
Revue Brown Boveri, 10-953, vol. 40, n.º 10, págs. 368-70.

C. D. 621.396.615.14

Tubes d'émission de grande puissance pour fréquences élevés — *R. Hübner.*
Revue Brown Boveri, 10-953, vol. 40, n.º 10, págs. 417-21.

C. D. 621.396.677.5

Les antennes d'émission en losange — *L. Leng.*
Revue Brown Boveri, 10-953, vol. 40, n.º 10, págs. 407-16.

C. D. 621.396.712 (493)

Le centre émetteur de l'Institut National Belge de Radiodiffussion (I. N. R.) à Wavre-Overijse — *M. Dick.*
Revue Brown Boveri, 10-953, vol. 40, n.º 10, págs. 370-94.

C. D. 621.397.2 : 621.396.65 (428)

The Manchester — Kirk o'Sholts Television Radio — Relay System — *G. Dawson.*
The Procedings of the Institution of Electrical Engineers, 5-954, vol. 101, n.º 129, págs. 93-114.

23 refer. bibliog.

C. D. 621.438

Turbinas de gas — *Z. L. Rowley* e *B. G. A. Skrotzki.*
Dyna, 3-954, vol. 29, n.º 3, págs. 109-23 + 155-72.

Traduzido de «Power», 10-1952.

C. D. 621.646

Regulación automática de processos industriales IX — Organos de regulación — *Vicente Llovet.*
Ion, 6-954, vol. 14, n.º 155, págs. 339-44.

C. D. 629.122.5 : 621.436.13

Quatro novas barcas a motor para o Bósforo — *J. Biaggi.*
Revista Técnica Sulzer, n.º 1-1953, págs. 12-22.

C. D. 631.814

Estudio de laboratorio sobre el fraguado en masa de los abonos — *Pierrain e Mercier.*
Ion, 6-954, vol. 14, n.º 155, págs. 355-7.

(Resumo de Chim. Ind. 281, Fev. 1954).

C. D. 662.67 : 918.1

Industrialização do Xisto Betuminoso de S. Paulo e Paraná — Relatório e Discussão — *Coronel Renato Imbiriba Guerrero, Eng. José Menescal Campos, Dr. José Schor.*
Geologia e Metalurgia, 1953, n.º 10, págs. 11-60.

C. D. 666.9 : 33 (461/8)

La industria del cemento en España — *Patricio Palomar Collado.*
Dyna, 6-953, vol. 29, n.º 6, págs. 239-50.

C. D. 667.622

El negro de óxido de hierro. Fabricación y aplicaciones — *E. Homayr.*
Ion, 6-954, vol. 14, n.º 155, págs. 336-6.

11 refer. bibliográficas.

C. D. 669.1 : 918.1

Siderurgia a coque no Brasil — Possibilidades e Planos de Expansão (Relatório e Debates). Siderurgia a carvão vegetal no Brasil — Possibilidades e Planos de Expansão (Relatório e Debates) — *Renato Frota Azevedo; Louis J. Ensch.*
Geologia e Metalurgia, 1953, n.º 3, págs. 65-120; 123-94.

C. D. 677.054

A máquina de tecer Sulzer — *P. Lang* e *R. Leutert.*
Revista Técnica Sulzer, n.º 1-1953, págs. 1-12.

C. D. 677 : 669.71

Aluminium in the textyle industrie — *E. C. Roy Lance*
Metallurgia, 2-954, vol. 49, n.º 292, pág. 77-81.

C. D. 678.1:633.91

Possibilidad de producir caucho virgen en España — *M. V. Tassara.*
Revista Industrial y Fabril, 1-954, vol. 9, n.º 8, pág. 20-1.

C. D. 678 : 628.512

Seguridad e higiene del trabajo en la industria del caucho — *José Garcia Pérez.*
Ion, 6-954, vol. 14, n.º 155, págs. 327-9.